

Examen de Méthodes Numériques Appliquées I – Master M1EN

N.B : *Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.*

Exercice N° 1: (7 points) Soit l'équation de la chaleur 1D définie par:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = \alpha \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = \beta \quad T(x, 0) = \gamma$$

En considérant le schéma implicite d'Euler et en discrétisant les (C.L) par des schémas décentré d'ordre 1 à gauche et centré à droite, déterminer la forme matricielle de ce problème.

Exercice N° 2: (6 points) En utilisant la méthode de séparation de variables, déterminer la solution du problème suivant :

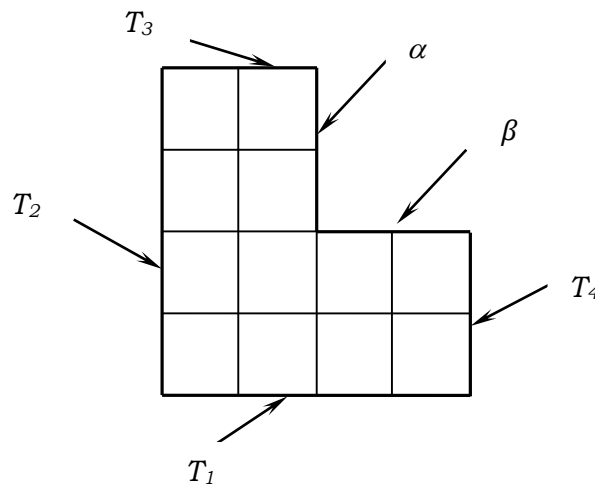
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad t > 0$$

$$\begin{cases} u(0, t) = 0, \quad t > 0 \\ u(L, t) = 0, \quad t > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u(x, 0) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right), \quad 0 < x < L \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad 0 < x < L \end{cases}$$

Exercice N° 3: (7 points) Obtenir la forme matricielle pour l'équation de Laplace appliquée à la plaque ci-dessous en utilisant le schéma à 5 points et en discrétisant les conditions aux limites de Neumann par des schémas décentrés d'ordre 1.

On donne : $T_1 = 10^\circ\text{C}$, $T_2 = 50^\circ\text{C}$, $T_3 = 30^\circ\text{C}$, $T_4 = 100^\circ\text{C}$

$$\alpha = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_d = 5 \text{ } ^\circ\text{C/cm} \quad , \quad \beta = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_h = 20 \text{ } ^\circ\text{C/cm} \quad , \quad \Delta x = 2 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \Delta y = 1 \text{ cm}$$



Bonne chance