



Examen d'Outils numériques (L3GEN)

N.B : Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.

Exercice N° 1: (6 points)

Considérons l'équation de Laplace en deux dimensions.

En discrétisant le terme en x par un schéma décentré arrière d'ordre 1, le terme en y par un schéma décentré avant d'ordre 2 et en posant $\beta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$, donner le schéma de discrétisation (équation) et dessiner les cellules correspondantes pour β quelconque et pour $\beta = 2$.

Exercice N° 2: (6 points)

Considérons l'équation de la chaleur unidimensionnelle.

1- Classifier cette EDP en justifiant votre réponse.

Cette équation est discrétisée par le schéma de Crank-Nicholson.

2- Ecrire l'équation discrétisée et dire si ce schéma est explicite ou implicite.

3- Déterminer son facteur d'amplification (on posera : $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$).

Exercice N° 3: (8 points)

Considérons l'équation de Laplace appliquée à une plaque rectangulaire.

1- En posant $\beta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$, retrouver le schéma à 5 points.

Cette plaque est soumise à 100°C en bas, 20°C à gauche, 40°C à droite et 10°C en haut. Elle est discrétisée par 4 divisions selon X et 5 selon Y .

2- Dessiner les cellules correspondantes à ce schéma pour $\beta = 2$.

3- Ecrire les équations nécessaires à la résolution de ce problème.

4- Déterminer la forme matricielle du problème $A.T = B$.

Bonne chance

	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$
$hf'(x)$	-1	+1			
$h^2 f''(x)$	+1	-2	+1		

Tab.1- Approximation décentrée en avant en $O(h)$.

	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$
$hf'(x)$				-1	+1
$h^2 f''(x)$			+1	-2	+1

Tab.2- Approximation décentrée en arrière en $O(h)$.

	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$	$f(x+5h)$
$2hf'(x)$	-3	+4	-1			
$h^2 f''(x)$	+2	-5	+4	-1		

Tab.3- Approximation décentrée en avant en $O(h^2)$.

	$f(x-5h)$	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$
$2hf'(x)$				+1	-4	+3
$h^2 f''(x)$			-1	+4	-5	+2

Tab.4- Approximation décentrée en arrière en $O(h^2)$.

	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$
$2hf'(x)$		-1	0	+1	
$h^2 f''(x)$		+1	-2	+1	

Tab.5- Approximation centrée en $O(h^2)$.