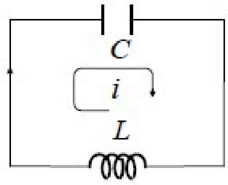
# *Examen de rattrapage de Physique 3*

**Exercice 1 (05 points)**

Soit le circuit électrique ci-contre




1. Trouver à l'aide de la loi des mailles, l'équation différentielle que satisfait la charge q qui circule dans le circuit.
2. Trouver l'équation différentielle du courant i. Qu'est ce que vous remarquez ?
3. Déduire la pulsation propre de cet oscillateur harmonique.

**التمرين01 ( 05 نقاط )**

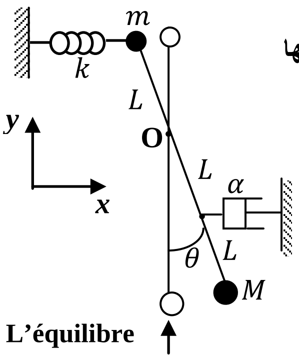
**لتكن الدارة الكهربائية المبينة في الشكل المقابل**

1. **باستعمال قانون العروات اوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة الشحنة q .**
2. **اوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة شدة التيار i . ماذا تلاحظ ؟**
3. **استنتج النبض الذاتي لهذا الهزاز التوافقي .**

**Exercice 2 (07 points)**

Une tige de longueur **3L** porte en ses extrémités des masses **M** et **m**. La tige peut tourner Autour d'un point **O**. L'ensemble des frottements est symbolisé par l'amortisseur de coefficient **α.** A l'équilibre le ressort était non déformé et la tige était verticale.

1. Trouver l'énergie cinétique **T**, l'énergie potentielle **U**, et la fonction de dissipation **D**.
2. Trouver le Lagrangien et l'équation du mouvement. Déduire $\boldsymbol{\delta}$ et $\boldsymbol{\omega_0}$.



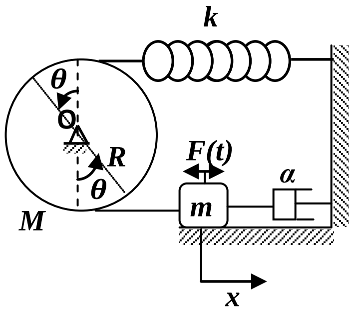

**التمرين 02 ( 07 نقاط )**

**عارضة طولها 3L تحمل في نهايتيها كتلتين M و m يمكنها الدوران حول نقطة O جملة التخامد معبر عنها بمخمد معامله α . عند الاتزان النابض يكون غير مشوه و العارضة عمودية.**

1. **اوجد الطاقة الحركية T, الطاقة الكامنة U و دالة ضياع الطاقة D .**
2. **اوجد لاغرانجيان الجملة و المعادلة التفاضلية للحركة. استنتج $\boldsymbol{\delta}$ و $\boldsymbol{\omega_0}$ .**

**Exercice 3 (08 points)**

Dans le système ci-contre, un disque homogène de masse **M** et de rayon **R** peut tourner librement avec un angle $\boldsymbol{\theta}$ autour de son axe fixe. La masse **m** sur le plan horizontal est reliée à un amortisseur de coefficient **α** et au disque par un fil inextensible et non glissant. A l'équilibre le ressort était non déformé. Une excitation sinusoïdale $\mathbf{F(t) = F_0 \cos \Omega t}$ est appliquée sur la masse **m**.




1. Trouver la relation entre $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{\theta}$.
2. Trouver l'énergie cinétique **T**, l'énergie potentielle **U** et la fonction de dissipation **D** en fonction de la variable $\boldsymbol{x}$**.** Le moment d'inertie du disque autour de son axe est : $\boldsymbol{J/_O = \frac{1}{2}MR^2}$.
3. Trouver le Lagrangien et déduire l'équation du mouvement.
4. En utilisant la représentation complexe, trouver l'amplitude **A** et la phase **Φ** de la solution permanente : $\boldsymbol{x(t) = A\cos(\Omega t + \Phi)}$**.**
5. Déduire la pulsation de résonance $\mathbf{\Omega_r}$ et donner le facteur de qualité **Q** du système faiblement amorti.

**التمرين 03 ( 08 نقاط)**

**في النظام المبين في الشكل المقابل يمكن لقرص كتلته M و نصف قطره R الدوران حول محوره بزاوية $\boldsymbol{\theta}$.**
**نثبت كتلة m تتحرك على مستوى افقي و مربوطة بمخمد معامله α و بالقرص عن طريق خيط غير قابل للتمدد.**
**عند الاتزان يكون النابض غير مشوه. نطبق على الكتلة m قوة قسرية جيبية $\mathbf{F(t) = F_0 \cos \Omega t}$ .**

1. **اوجد العلاقة بين $x$ و $\boldsymbol{\theta}$.**
2. **اوجد الطاقة الحركية T , الطاقة الكامنة U و دالة ضياع الطاقة D بدلالة المتغير $x$ . ($J/_O = \frac{1}{2}MR^2$)**
3. **اوجد لاغرانجيان الجملة و استنتج المعادلة التفاضلية القسرية.**
4. **باستعمال الكتابة العقدية, اوجد السعة A و الطور Φ للحل الدائم : $x(t) = A\cos(\Omega t + \Phi)$**
5. **استنتج النبض $\Omega_r$ عند الرنين و اوجد قيمة معامل الجودة Q للنظام في حالة التخامد الخفيف.**

**Exercice 1**

Application de la loi des mailles à l'unique maille du circuit : $U_L + U_C = 0\ (*)$ 1

1. Puisque $U_c = \frac{q}{C}$ 0.5 et $U_L = L\frac{di}{dt} = L\ddot{q}$ 0.5

   L'équation (*) noud donne : $L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0 \Longrightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$. 0.5

2. Puisque $i = \dot{q} = c\,\dot{U}_c$ 0.5 et $\dot{U}_L = L\frac{d^2i}{dt^2}$ 0.5

   L'équation (*) nous donne : $\dot{U}_L + \dot{U}_c = 0 \Longrightarrow \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0$ 0.5

   On remarque la même forme des deux équations 0.5

3. La pulsation propre du système est $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ 0.5

**Exercice 2**

1. $T = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M(2L)^2\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}(m+4M)L^2\dot{\theta}^2$ 1

0.5 $U = \frac{1}{2}kL^2\sin^2\theta + mgL\cos\theta - 2MgL\cos\theta = \frac{1}{2}kL^2\sin^2\theta + g(m-2M)L\cos\theta$

$D = \frac{1}{2}\alpha(L\dot{\theta})^2$ 1 1 1

2. Le Lagrangien est $L = T - U = \frac{1}{2}(m+4M)L^2\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}kL^2\sin^2\theta - g(m-2M)L\cos\theta$ 0.5

   L'équation du mouvement : $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial\theta} = -\frac{\partial D}{\partial\dot{\theta}}$

   $\Longrightarrow \ddot{\theta} + \frac{\alpha}{(m+4M)}\dot{\theta} + \left(\frac{kL^2 - g(m-2M)L}{(m+4M)L^2}\right)\theta = 0$ 0.5

   L'équation est de la forme : $\ddot{\theta} + 2\delta\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ 0.5

   $avec: \delta = \frac{\alpha}{2(m+4M)}$ 0.5 $\omega_0^2 = \frac{kL^2 - g(m-2M)L}{(m+4M)L^2}$ 0.5

**Exercice 3**

1. $x = R\theta$ 0.5
2. $T = T_M + T_m = \frac{1}{2}MR^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}M + m)\dot{x}^2$ Car : $x = R\theta$ 0.5

   $U = U_k = \frac{1}{2}kR^2\theta^2 = \frac{1}{2}kx^2$ 0.5

   $D = \frac{1}{2}\alpha\dot{x}^2$. 0.5

3. Le Lagrangien est $L = T - U = \frac{1}{2}\left(\frac{M}{2} + m\right)\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2$

0.5 $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial D}{\partial\dot{x}} + F \Longrightarrow \ddot{x} + \frac{\alpha}{(m+\frac{M}{2})}\dot{x} + \frac{k}{(m+\frac{M}{2})}x = -\frac{F}{(m+\frac{M}{2})}$ 0.5

   L'équation est de la forme : $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F}{(m+\frac{M}{2})}$ avec:

   0.25 $\delta = \frac{\alpha}{2(m+\frac{M}{2})}$ , $\omega_0^2 = \frac{k}{(m+\frac{M}{2})}$ 0.25

4. En utilisant la représentation complexe:
5. $\begin{cases} F = F_0\cos\Omega t \rightarrow F = F_0 e^{j\Omega t} \\ x(t) = A\cos(\Omega t + \Phi) \longrightarrow \mathfrak{z}(t) = A\,e^{j(\Omega t+\Phi)} \end{cases}$ 0.5

.

$\ddot{\mathfrak{z}} + 2\delta\,\dot{\mathfrak{z}} + \omega^2{}_0\mathfrak{z} = \frac{F_0}{m}e^{j\Omega t} = Be^{j\Omega t} \Longrightarrow \left[(\omega^2{}_0 - \Omega^2) + 2\delta\Omega j\right]Ae^{j\Phi} = B$ 0.5

$\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{B}}{\sqrt{(\omega^2{}_0 - \Omega^2)^2 + (2\delta\Omega)^2}}$ 1 et $\boldsymbol{tg\varphi} = \frac{-2\delta\Omega}{(\omega^2{}_0 - \Omega^2)}$ 1

6. La pulsation de résonance est : $\Omega_r$ telle que $\frac{\partial A}{\partial\Omega} = 0$ soit $\Omega_r = \sqrt{(\omega_0^2 - 2\delta^2)}$ 0.5

Le facteur de qualité : $Q = \frac{\omega_0}{2\delta}$ 0.5 0.5