

Synthèse de Bio-statistiques

Exercice 1 :

Le tableau suivant, donne une distribution statistique X de données strictement positives classées par ordre croissant et dont la moyenne arithmétique est égale à 10.

| | | | | | | | |
|-------|-------|---|---|-------|----|-------|----|
| x_i | X_1 | 4 | 6 | X_4 | 10 | X_6 | 20 |
| n_i | 3 | 2 | 2 | 3 | 1 | 5 | 1 |

Trouver les données X_1, X_4, X_6 sachant que :

- $m_e + \bar{X} = M_o$.
- $X_1 \times X_4 = 16$

Exercice 2 :

I. Soient A_1, A_2, \dots, A_n une partition de Ω telle que $p(A_i) > 0$, pour tout $i = 1, 2, \dots, n$

- Montrer que : $p(B) = \sum p(A_i) \cdot p(B/A_i)$, pour tout B quelconque.
- Donner un énoncé de la formule de Bayes et démontrer votre énoncé.

II. Une maladie M affecte une personne sur 1000 dans une population donnée. On dispose d'un test sanguin qui détecte M avec une fiabilité de 99% lorsque cette maladie est effectivement présente. Cependant, on obtient aussi un résultat faussement positif pour 0,2% des personnes saines testées.

Quelle est la probabilité qu'une personne soit réellement malade lorsque son test est positif ?

Exercice 3 :

On considère une variable aléatoire X, absolument continue, définie par f telle que :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{8}, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{C}{x^2}, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Où "C" est une constante réelle.

- Déterminer la valeur de C pour que f soit une fonction de densité de probabilité
- Trouver la fonction de répartition F(x) de X
- Calculer les probabilités suivantes :

$$p\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right), p(3 \leq X < 5) \text{ et } p(1 < X < 5)$$