

Exercice 1 – 5 points –

Un traitement a la probabilité 0,90 d'être efficace contre une maladie. Un médecin veut appliquer le traitement à un échantillon de n malades extrait au hasard d'une population de malades et il veut obtenir la proportion de guérison dans l'échantillon à 2% près. On suppose que $n \geq 10$.

1. On considère la variable aléatoire Y , qui est la proportion de guérison dans l'échantillon de taille n . Déterminer la loi de probabilité suivie par Y puis donner ses paramètres.
2. Déterminer n si ce médecin veut au maximum un risque de se tromper de 5%.

Exercice 2 – 8 points –

On veut faire une étude sur le dépistage chez les sujets atteints de la goutte (excès d'acide urique dans le sang appelé hyperuricémie), à l'aide d'un dosage de l'uricémie (exprimé en mg/l). On peut admettre que la distribution de l'uricémie chez les malades et les non malades est une loi normale. On donne les moyennes et les variances des dosages de l'uricémie.

Population	Moyenne	Variance
Non malades	$m = 58$	$\sigma^2 = 16$
Malades	$m' = 75$	$\sigma'^2 = 12,25$

On prend le seuil pathologique $S = 68 \text{ mg/l}$. L'examen diagnostique consiste à déclarer que tout sujet ayant une uricémie supérieure ou égale à S est considérée comme hyperuricémique et tout sujet ayant une uricémie inférieure strictement à S comme normale ; ceci aussi bien chez les malades que chez les non malades.

1. Donner un argument permettant d'admettre que la distribution de l'uricémie chez les malades et les non malades est une loi normale.
2. On désigne par X la variable aléatoire qui est, l'uricémie chez un sujet sain et par Y celle qui est, l'uricémie chez un sujet atteint de la goutte. On note les événements suivants :

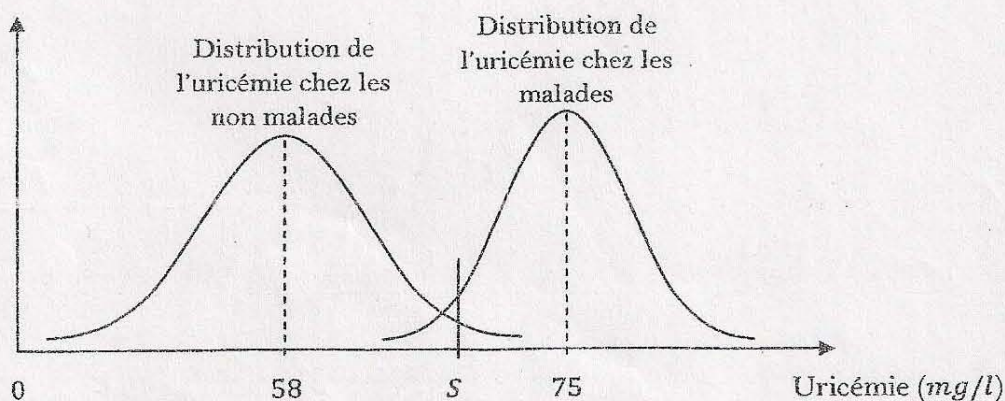
M « Sujet atteint de la goutte »

\bar{M} « Sujet non atteint de la goutte »

T_+ « Sujet donne une uricémie supérieure ou égale à S »

T_- « Sujet donne une uricémie inférieure à S »

Déterminer la sensibilité Se et la spécificité Sp de l'examen puis les représenter dans le graphique tel que celui-ci.



3. En déduire les risques d'erreurs de 1^{ère} et de 2^{ème} espèce α et β .
4. Les malades représentent 20% de la population totale. Déterminer les valeurs prédictives positive et négative $Vp+$ et $Vp-$. Pouvez-vous conclure que l'examen diagnostique est efficace ? Justifier votre réponse.
5. On prend au hasard un échantillon de 10 sujets ayant une uricémie supérieur à S . Quelle est la probabilité de trouver au moins un d'entre eux hyperuricémique ?

Exercice 3 - 7 points -

On veut juger l'efficacité d'un traitement T ayant pour but d'augmenter la glycémie. On dispose d'un ensemble de 14 sujets et pour chacun d'eux on mesure la glycémie avant et après le traitement T. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous (Les mesures sont exprimées en g/l de sang).

N° du sujet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Avant le traitement	0,55	0,40	0,60	0,70	0,35	0,70	0,75	0,70	0,45	0,75	0,55	0,42	0,75	0,45
Après le traitement	1,00	0,60	0,60	0,65	0,75	0,85	1,20	0,60	0,75	0,60	0,55	0,50	1,10	0,80

Au risque de 5%, la différence de glycémies mesurées avant et après le traitement T est-elle significative ? Si oui, pouvez-vous conclure à l'efficacité du traitement ? Justifier votre réponse.

Bon courage