6 التيـــــار الكـهربـــائي

1.6– مقدمة

2.6– التيار الكهربائي

3.6– كثافة التيار الكهربائي

4.6– النظام الدائم

5.6– مقاومة المادة

6.6– مفعول جول

1.6 ـ مقدمة:

تناولت الفصول السابقة الظواهر الكهربائية الساكنة: القوى بين الشحنات . الحقول والكمونات الناشئة عن توزيعات ساكنة . سلوك النواقل الخاضعة للحقول. وسنهتم من الآن فصاعدا بالظواهر المترتبة عن انتقال الشحنات، أو ما يعبر عنه بالتيار الكهربائي.

بقيت المعارف التقنية في ميدان الكهرباء ردحا من الزمن مقتصرة على إنتاج الشحنات الكهربائية بطرق الدلك، حيث تَوَّصّل إلى ابتكار أجهزة مختلفة توفر كمونات معتبرة لإحداث شرارات ضخمة. لكنها بقيت رغم ذلك قليلة الجدوى.

وإلى غاية القرن الماضي فقط عرف الحدث الهام الذي سجل بداية عهد جديد هو "عصر الكهرباء"، الذي يقوم أساسا على التيار الكهربائي. فقد تميز القرن التاسع عشر باكتشاف "العمود الكهربائي" (البطاريات) الذي سمح لأول مرة بالحصول على سيل من الشحنات، وبالتالي على "تيار مستمر".

قد يحدث هذا السيل من الشحنات في الفراغ (كحزمة الإلكترونات في القناة المهبطية، أو حزمة الأيونات في مسرع للشحنات،...)، كما قد يحدث في المادة الناقلة كالفلزات، حيث تتوفر إلكترونات حرة، أو يحدث حتى في المحاليل المائية، حيث تتوفر شوارد موجبة وأخرى سالبة قادرة على التنقل داخل المحلول (كما في البطاريات).

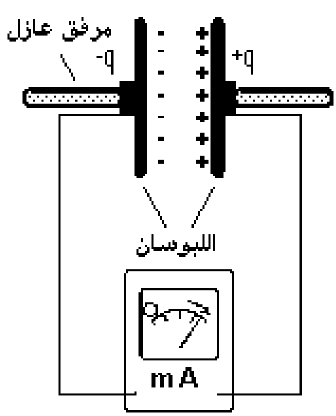
عند التعرض لخواص النواقل الخاضعة للحقول الكهربائية الساكنة، تبين أن

الناقل المتوازن عبارة عن سوية كمون، وأن الحقل داخله معدوم. وسنرى أن الأمر يختلف عندما يعبره تيار كهربائي؛ فمرور التيار يصحبه ارتفاع درجة حرارة الناقل (مفعول جول) وبالتالي ظهور طاقة حرارية راجعة إلى ما يبديه الوسط من مقاومة وممانعة ضد مرور الشحنات. وللتغلب على هذه المقاومة ينبغي ممارسة قوة على الشحنات (أي حقل خارجي).

2.6 ـ التيار الكهربائي:

1.2.6 . تعريف:

يطلق التيار الكهربائي على كل انتقال جماعي للشحنات الكهربائية، يظهر التيار الكهربائي بمجرد حدوث انتقال للشحنات بواسطة قوة خارجية. يمكن لهذه القوة أن تكون ذات طبيعة ميكانيكية أو مغناطيسية أو كهربائية. وسنقتصر في دراسة الكهرباء المتحركة على القوى الكهربائية فقط.



الشكل(1.6)

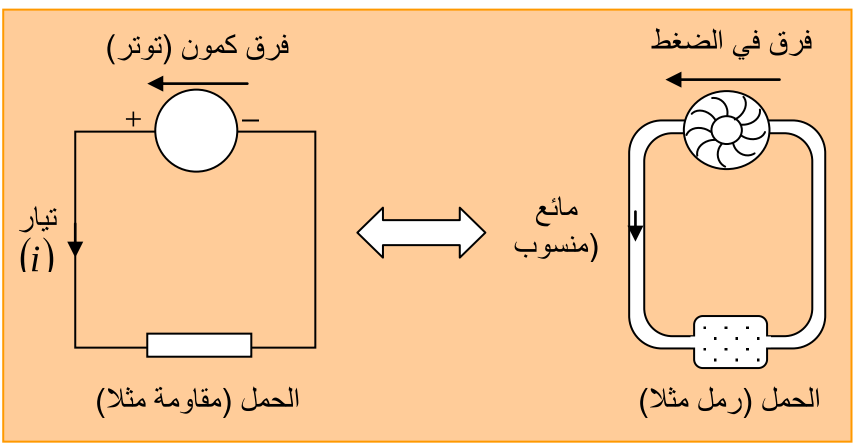
مثال: في حالة المكثف المشحون [الشكل(1.6)]، يوجد بين لبوسيه فرق كمون (توتر). فإذا وصلنا بين اللبوسين بواسطة ناقل عبر كشاف للتيارات الضعيفة، فسنلاحظ حركة الشحنات حتى يتعادل اللبوسان كهربائيا (عملية تفريغ)، ويغدو فرق الكمون صفرا. التيار الذي يظهر خلال العملية هو تيار كهربائي انتقالي.

يظهر تيار كهربائي في الناقل عندما يوجد بين طرفيه A و B فرق في الكمون (أو توتر) $\phi_A - \phi_B \neq 0$، وتفسير ذلك أن حوامل الشحنات (الشحنات القابلة للحركة) تخضع لفرق الكمون بين A و B، وبالتالي لحقل كهربائي يكسبها حركة في اتجاه الحقل أو عكسه، فيظهر التيار. وليس هذا الأسلوب هو الوحيد في إحداث التيار الكهربائي، بل هناك عدة طرق أكثر إثارة، بيد أننا سنهتم في بقية درسنا بالتيارات التي تحدثها التوترات، إما التيارات المستمرة (قد تكون متغيرة لكنها في نفس

الاتجاه)، وإما التيارات المتناوبة (يتغير اتجاهها خلال الزمن و لن ندرسها في المقرر).

و لفهم الظاهرة أكثر صار من المهم عقد مقارنة لفهم هذه الظاهرة ؛ فنشبه فرق الكمون بارتفاع لمصب الماء (كالشلال مثلا)، فالمياه الجارية تحاكي التيار الكهربائي، ومنسوبها يحاكي شدة التيار ،ولعل أنسب مقارنة تتمثل في محاكاة المولد الكهربائي (منبع توتر) بالمضخة التي تحدث فرقا في الضغط بين نقطتين، كما يوضح الشكل(2.6).

تبدو سرعة انتقال الشحنات المتحركة في الناقل ضعيفة جدا، مقارنة بسرعة الضوء، ففي سلك من النحاس، تنتقل الإلكترونات الحرة بسرعة متوسطة قدرها 1مم/ثا. وفي الحقيقة تنتقل هذه الإلكترونات بسرعة عالية بين تصادمين، غير أنها تتعرج في مختلف الاتجاهات، الأمر الذي يوهن سرعتها، لذا عندما نباشر إنارة مصباح الغرفة سيضيء على الفور، لأن السلك الكهربائي مليء بالإلكترونات الحرة،



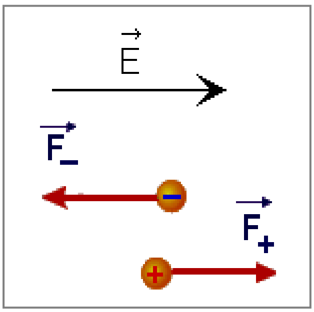
الشكل (2.6)

ولأن موجة التوتر تجعلها في حركة في آن واحد تقريبا.

لمزيد من الإيضاح، نعود ثانية إلى المحاكاة الهيدروليكية المذكورة آنفا، ونتصور بستانا طوله 30م، تتوفر عند نهايته حنفية تغذي أنبوبا يمتد على طول البستان، إذا كان الأنبوب مليئا بالماء من قبل، فإن الماء يتدفق من طرفه الآخر

بمجرد فتح الحنفية تقريبا، غير أن هذا الماء المتدفق هو الذي كان قريبا من مخرج الأنبوب، وليس ذلك الماء الذي نبع للتو من الحنفية، فذاك سيلحق بمخرج الأنبوب بعد حين. أما إذا كان الأنبوب فارغا أصلا، فإن الماء النابع من الحنفية سيستغرق وقتا للخروج من فوهة الأنبوب.

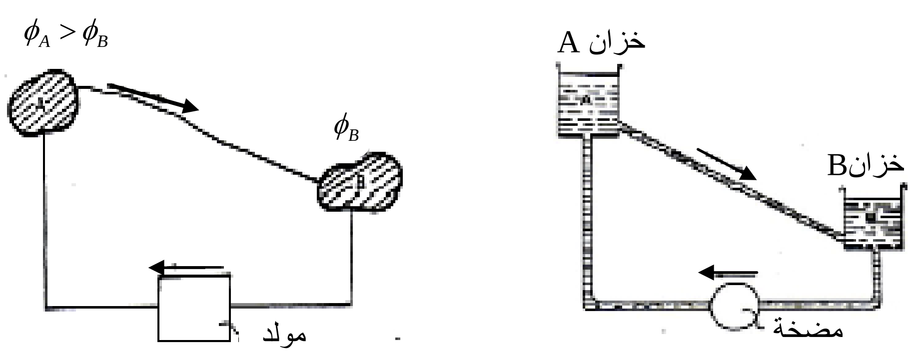
شرح: هناك حقل كهربائي $\vec{E}$ داخل الناقل لوجود فرق الكمون بين طرفيه، يتجه $\vec{E}$ من الكمونات العالية نحو الكمونات المنخفضة، وتخضع فيه كل شحنة q لقوة: $\vec{F} = q\vec{E}$ فتتحرك في الاتجاه الموضح على الشكل(3.6). وبهذه الحركة تكون القوة قد بذلت عملا. $\vec{F}d\vec{l} = dw$



الشكل(3.6)

عندما توجد مثل هذه القوة في جملة ما، يمكن القول بأن الجملة تملك طاقة كامنة تتمثل في فرق الكمون بين نقطتين من الناقل.

فعند توصيل ناقلين متوازنين محمولين على كمونين مختلفين، بواسطة سلك ناقل كما يوضح الشكل(4.6)، فإنه سينشأ حقل داخل السلك ويسري فيه تيار $i(t)$. خلال العملية يتفرغ الناقلان تدريجيا ويتناقص فرق الكمون بينهما ويتضاءل التيار حتى ينعدم تماما عندما تتوازن الجملة من جديد، إذ ليس يمكن أن يستمر التيار الناشئ عن الحقول الكهربائية الساكنة. لذلك، وللحفاظ



الشكل(4.6)

على فرق الكمون ثابتا، وبالتالي على استمرارية التيار، ينبغي تطبيق قوى خارجية ذات طبيعة غير كهربائية، بحيث تقوم باستمرار بفصل الشحنات الموجبة عن السالبة وتحافظ على فرق ثابت في الكمون. مثل ذلك كمثل سائل ينساب باستمرار إلى خزان عبر قناة من خزان آخر يحتفظ فيه على مستوى السائل بواسطة مضخات.

يمكن لهذه القوى أن تكون ذات طبيعة ميكانيكية (كآلة الدينامو) أو كيميائية (كالمدخرات) أو كهرحرارية أو نحوها، وسندعو كل جهاز هذا شأنه "منبع التيار" أو "مولدا".

2.2.6 . *الاتجاه الاصطلاحي للتيار:*

في الحالة العامة يوجد انتقال للشحنات الموجبة والسالبة معا، وفي الفلزات تكون حوامل الشحنات هي الإلكترونات ذات الشحنة السالبة، وقد اختير وصف التيار على أنه حركة الشحنات الموجبة رغم أن الذي ينتقل فعلا هو الإلكترونات، فاصطلح تاريخيا على أن اتجاه التيار في الناقل هو جهة انتقال الشحنات الموجبة، وبما أن هذه الأخيرة تنتقل في اتجاه الحقل، وأن الحقل يتجه من الكمونات العالية نحو الكمونات المنخفضة، فإن اتجاه التيار يكون نحو الكمونات المنخفضة.

3.2.6 . *شدة التيار الكهربائي:*

كما أن جريان السائل يتميز بمنسوب، فكذلك التيار الكهربائي، الذي هو سيل من الشحنات، يتميز بشدة. فالمنسوب (Débit) من خلال السطح S يساوي كمية المادة (الكتلة) التي تجتاز السطح S في واحدة الزمن، وبالمثل **فشدة التيار من خلال المقطع S للناقل تساوي كمية الشحنة التي تعبر S في واحدة الزمن:**

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (1.6)$$

يقدر التيار في المنظومة الدولية بوحدة "الكولوم/الثانية" التي تدعى "آمبير"، ويرمز لها بالرمز (A) $\left[1A = 1C/1s\right]$.

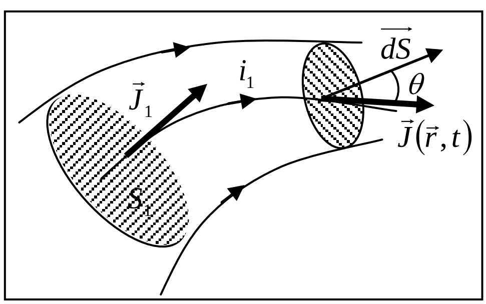
في حالة التيار الكهربائي الذي يتغير مع الزمن، نعرف شدة "التيار الآني" بالعلاقة:

$$i(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{dQ(t)}{dt} \qquad (2.6)$$

- فإذا كانت النسبة $\frac{dQ}{dt}$ثابتة(مستقلة عن الزمن) سمي "تيارا مستمرا"، رمزه: I.
- وإذا كانت النسبة $\frac{dQ}{dt}$متغيرة مع الزمن سمي "تيارا متغيرا "، رمزه: $i(t)$.
- وإذا غير التيار $i(t)$ مع ذلك جهته بصفة دورية (دالة جيبية مثلا) سمي "تيارا متناوبا".

3.6 ـ كثافة التيار الكهربائي:

للاطلاع على كيفية توزع التيار داخل الوسط الناقل، ندرج مفهوم **كثافة التيار**. وهو مفهوم يعبر عن التيار في كل نقطة من الناقل نميزه بالشعاع $\vec{J}(\vec{r},t)$، جهته جهة التيار $i(t)$ (أو جهة انسياق الشحنات الموجبة)، واتجاهه مماسي لخطوط التيار (التي هي مسارات الشحنات على المستوى العياني)، وطويلته تساوي شدة التيار الذي يعبر واحدة السطح من المقطع العمودي على خط التيار [أنظر الشكل(7.6)].



الشكل(7.6)

إذا كان التيار يميز الناقل في عمومه، فإن كثافة التيار تميز الناقل في كل نقطة من نقاطه؛ فالتيار كمية عيانية وكثافته كمية محلية مجهرية.

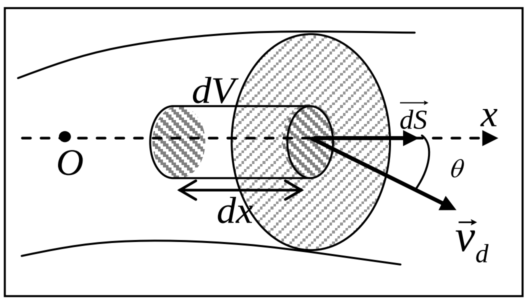
تعطى العلاقة العامة بين شدة التيار وكثافته بالعلاقة:

$$i(t)=\int_S \vec{J}(\vec{r},t)\cdot\overrightarrow{dS} \qquad (7.6)$$

حيث $\overrightarrow{dS}$ عنصر السطح الموجه من المقطع S.

تجدر الإشارة إلى أن الشعاع $\vec{J}(\vec{r},t)$ يمثل عادة حصيلة الحركة لحوامل الشحنات المتنوعة (لجميع الشحنات المتحركة)؛ فقد يتعلق الشعاع $\vec{J}(\vec{r},t)$ بتيارات ذات طبيعة مجهرية متباينة تماما. وعلى الخصوص إذا كان $\vec{J}(\vec{r},t)=\vec{0}$ فهذا لايعني بالضرورة أن جميع الشحنات راكدة؛ إذ قد يحدث ذلك بحركة شحنات مختلفة بالإشارة في نفس الاتجاه، كما هو الحال عند سحب قطعة من ناقل معزول. من هنا تكتسي هذه الملاحظة أهمية من حيث أن العديد من الخواص يوصف فيها التيار بالشعاع $\vec{J}(\vec{r},t)$ فقط.

تسمح كثافة التيار $\vec{J}(\vec{r},t)$ بقياس سرعة الانسياق $\vec{v}_d$ التي تتناهى إليها حوامل الشحنات الموجهة داخل الناقل.



الشكل(8.6)

ففي الشكل(8.6) يحتوي عنصر الحجم $d^2V=dS\,dx$ على الشحنة $dq=\rho\,dV$، حيث ρ هي الكثافة الحجمية للشحنات المتحركة. بما أن الشحنة محفوظة لا تتسرب خارج الناقل، فإنها تعبر المقطع dS في ظرف dt بسرعة: $v_x=|\vec{v}_d|\cos\theta\,dt$ ، وبناء على ذلك يصبح عنصر الشحنة :

$$d^2q=\rho(x,t)dS\,dx$$

ولكن:

$$dx=v_x dt=v_d\cos\theta\,dt$$

لذلك نجد:

$$d^2q=\rho(x,t)|\vec{v}_d||\overrightarrow{dS}|\cos\theta\,dt$$

أو أيضا:

$$d\left(\frac{dq}{dt}\right)=\rho(x,t)\vec{v}_d\cdot\overrightarrow{dS}$$

ومنه نستخلص:
$$i(t)=\frac{dq}{dt}=\int_S\left[\rho(x,t)\vec{v}_d\right].\,dS$$
و بالمقارنة مع التعريف(7.6) نستنتج بأن:
$$\vec{J}(x,t)=\rho(x,t)\vec{v}_d$$
وإذا عممنا ذلك على الأبعاد الثلاثة(x,y,z)، أمكن في الأخير كتابة:
$$\vec{J}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t)\vec{v}_d \qquad (8.6)$$

مثال(1.6):

ينقل سلك من النحاس قطره $d=4\ mm$، شحنة قدرها $Q=18000\,C$ في ظرف ساعة. فما هي كثافة التيار J وسرعة الانسياق v_d، علما أن تركيز الإلكترونات (أو عددها في واحدة الحجم) يساوي: $n=8.4\,10^{28}\ m^{-3}$ ؟

<u>الجواب :</u>

بناء على التعريف(1.6) نجد أن التيار مستمر، شدته:
$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{18000}{3600}=5\,A$$
وكثافته (التي هي شدة التيار التي تعبر مقطع السلك) هي:
$$J=\frac{I}{S}=\frac{I}{\pi(d/2)^2}=\frac{5}{\pi\left(2\,10^{-3}\right)^2}\approx 4\,10^5\ A.m^{-2}$$
أما سرعة الانسياق فتساوي حسب العلاقة(8.6):
$$v_d=\frac{J}{\rho}=\frac{J}{ne}=\frac{4\,10^5}{\left(8.4\,10^{28}\right)\left(1.6\,10^{-19}\right)}\approx 0.03\,mm.s^{-1}$$
وهي كما ترى سرعة أصغر بكثير من السرعة الحرارية التي هي من رتبة 10^5م/ثا. ومع ذلك فسرعة الانسياق تكفي في النواقل الجيدة لرفع درجة الحرارة ارتفاعا ملحوظا قد يؤدي إلى انصهار الناقل.

4.6 ـ النظام الدائم:

في حالة انسياق الشحنات، نعرف في كل لحظة t وفي كل موضع $\vec{r}$ من الناقل كميات محلية تصلح كمواصفات لهذا الانسياق (أو لهذه الحركة الموجهة)؛ منها: كثافة التيار $\vec{J}(\vec{r},t)$ ، سرعة الانسياق $\vec{v}_d(\vec{r},t)$، كثافة الشحنات $\rho(\vec{r},t)$، ونحوها...

يعرف النظام الدائم (أو المستقر) بكون جميع هذه الكميات المحلية مستقلة عن الزمن. فإذا كانت $f(x,y,z,t)$ واحدة من هذه الكميات وجب في النظام الدائم أن يكون: $\frac{\partial f}{\partial t}=0$.

ليكن S سطحا مغلقا يغلف الحجم V في وسط يسري فيه تيار كهربائي i. خلال الفترة dt تخرج من هذا السطح شحنة $i\,dt$. فإذا كانت Q هي الشحنة الموزعة داخل الحيز V بالكثافة $\rho(\vec{r},t)$، فإن هذه الشحنة ستتناقص بمعدل: $-dQ=i\,dt$. من هنا يمكن أن نكتب:

$$\oint_S \vec{J}(\vec{r},t)\cdot\overrightarrow{dS}=-\frac{dQ}{dt}=-\frac{d}{dt}\int_V \rho(\vec{r},t)dV$$

واعتمادا على نظرية أوستروغادسكي يمكن تحويل التكامل السطحي إلى الحجمي؛ فنضع:

$$\oint_S \vec{J}(\vec{r},t)\cdot\overrightarrow{dS}=\int_V\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{J}\right)dV$$

فإذا اتفقنا على إبقاء V و S ساكنين (في نفس الموضع)، أمكن إدخال المشتق داخل إشارة التكامل، على أن يستبدل بمشتق جزئي، فنكتب:

$$\int_V\left[\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r},t)\right]dV=\int_V-\frac{\partial\rho(\vec{r},t)}{\partial t}dV$$

ومنه:
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r},t)=-\frac{\partial\rho(\vec{r},t)}{\partial t}\qquad(9.6)$$

تعرف هذه العلاقة باسم "معادلة الاستمرارية". فلكي يستمر التيار يجب أن يكون توزيع الشحنات توزيع مستقرا (مستقلا عن الزمن) يُبقي على كثافتها ثابتة في

كل نقطة؛ أي أن:

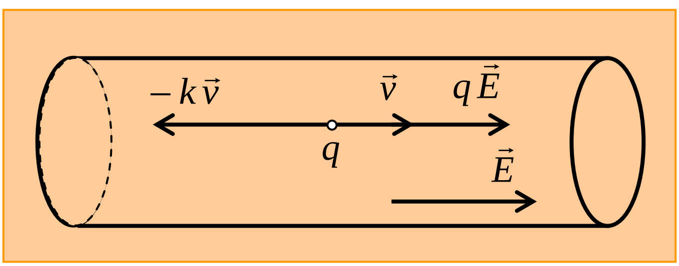
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r},t)=\vec{0} \qquad (10.6)$$

تعني هذه الخاصية أن تدفق الحقل الشعاعي محفوظ في كل الناقل؛ فالكثافة تشتد أكثر عند المقاطع الضيقة من الناقل. وهذا ما يفسر مرور التيار المستمر بنفس الشدة عبر الناقل ما لم يتفرع هذا الأخير.

5.6 ـ مقاومة المادة (قانون أوم):

1.5.6 . الصيغة المحلية لقانون أوم:

من المعلوم أنه توجد في كل أرجاء الناقل شحنات حرة في حالة هيجان مستمر يوصف بالحركة العشوائية بسرعات حرارية عالية، فتتخذ مسارات مستقيمة (تقدر بحوالي 10 أنغشتروم) بين كل تصادمين في اتجاهات شتى، وتمثل بعد عدد معين من التصادمات بخط منكسر كما أوضحنا في الشكل(9.6). وبتسليط حقل خارجي



الشكل (9.6)

على الناقل (أي بتطبيق توتر V بين طرفيه) يحدث انسحاب قسري إجمالي للشحنات في اتجاه الحقل أو عكسه لتأثرها بالقوة الكهربائية: $\vec{F}_e=Q\vec{E}$. فتتسارع هذه الشحنات لكنها في نفس الوقت ستتصادم أو تتفاعل مع بقية الجسيمات المكونة للناقل من ذرات أو شوارد أو جزيئات، الأمر الذي يعيق حركتها بقوة احتكاك تتناسب مع سرعتها: $\vec{F}_f=-k\vec{v}(t)$، مثلما هو الحال في انسياب كتلة m داخل مائع هادئ. فتصبح حركة الشحنات خاضعة ـ حسب مبدأ التحريك ـ للقانون:

$$Q\vec{E}-k\vec{v}(t)=m\frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

وفي حالة النظام الدائم، عندما يكون التيار مستمرا$\left[i(t)=I\right]$، فإن $\vec{v}(t)$ سرعان ما تتناهى إلى قيمة حدية $\vec{v}_d$ (سرعة الانسياق) وتغدو الحركة منتظمة$\left(\dfrac{d\vec{v}}{dt}\to\vec{0}\right)$، بحيث أن:

$$Q\vec{E}-k\,\vec{v}_d=\vec{0}$$

ومنه:
$$\vec{v}_d=\frac{Q}{k}\vec{E}=\mu\,\vec{E} \qquad (11.6)$$

يمثل الثابت μ "طواعية المادة"، ويعبر عن مدى قابلية الحركة لدى حوامل الشحنات في الناقل عندما يتأثر بحقل كهربائي.

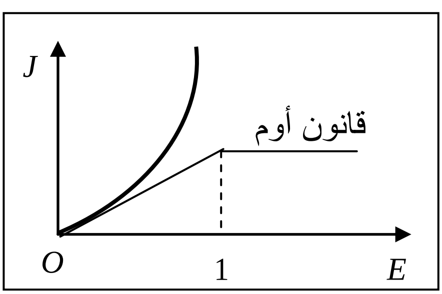
الكمية المتداولة في الكهرباء المتحركة هي كثافة التيار $\vec{J}(\vec{r},t)$، ونحصل عليها من العلاقة(11.6) بضرب طرفيها في الكثافة الحجمية $\rho(\vec{r},t)$، ثم بمقارنة الحاصل مع العلاقة(8.6)، فنستنتج أن:

$$\vec{J}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t)\vec{v}_d=\sigma(\vec{r},t)\vec{E}(\vec{r}) \qquad (12.6)$$

حيث σ هي ناقلية المادة، وتقدر في المنظومة الدولية بالوحدة$\left(\Omega^{-1}.m^{-1}\right)$، وتساوي:

$$\sigma(\vec{r},t)=\mu\,\rho(\vec{r},t) \qquad (13.6)$$

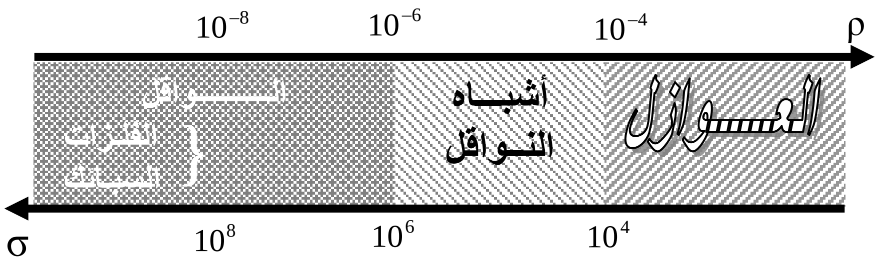
من خلال العلاقة(12.6) يمكن الحكم بأن كثافة التيار هي دالة للحقل؛ أي: $J=f(E)$، وأن هذه الدالة تكون خطية من أجل القيم المنخفضة للحقل (مقارنة بوحدة مرجعية يطلب تحديدها) كما يوضح الشكل(10.6)، وهو ما دلت عليه التجربة في العديد من النواقل. يدعى هذا القانون الخطي "الصيغة المحلية لقانون أوم". وقد ثبت أن الفلزات جميعا تخضع لقانون أوم الخطي، خلافا لأشباه النواقل.



الشكل(10.6)

للعبارة(12.6) صلاحية تتجاوز هذا العرض المبسط؛ إذ تمتد إلى عدد هائل من النواقل من أجل تيارات مستمرة وغير مستمرة.

تتعلق الناقلية σ بالخواص المجهرية للمادة، فهي كمية محلية تفيد في تمييز الخواص الكهربائية للمادة. وعلى أساسها تصنف المواد إلى نواقل وعوازل وأشباه نواقل.



وعكس الناقلية هي "المقاومية" أو "المقاومة النوعية"، ونرمز لها بالرمز ρ (وهي خلاف الكثافة الحجمية للشحنات ρ)، وتقدر بوحدة$(\Omega.m)$، بحيث أن:

$$\rho = \sigma^{-1} \qquad (14.6)$$

وسنحتاج إلى ρ لاحقا في حساب مقاومة المادة.

يبين المخطط السابق تصنيفا عاما للمواد من وجهة نظر كهربائية.

مثال(2.6):

أثبت أن ناقلية الفلز يمكن أن تكتب على الصورة:

$$\sigma = \frac{\mathrm{n}\, e^2 \tau}{m_e} \qquad (15.6)$$

حيث n تركيز الإلكترونات، و m_e كتلتها، وe شحنتها، و$\left(\tau = \frac{1}{N}\sum_i \tau_i\right)$متوسط الزمن بين تصادمين متتاليين لمجمل الإلكترونات الموجهة في الناقل، ويمثل زمن استرخاء المادة أو زمن تجاوبها (أي الزمن الكافي لكي تبدد الإلكترونات ما اكتسبته من دفع خطي).

<u>تطبيق عددي:</u>

ما هي السرعة الوسطية v_d لإلكترونات النقل ، ومتوسط الزمن τ بين تصادمين متتاليين، في سلك من نحاس مساحة مقطعه $S = 1\, mm^2$، عندما يعبره تيار شدته $I = 1A$، علما أن ناقلية النحاس هي: $\sigma = 5.8\,10^7\ A/V.m$؟

الجواب: ننطلق من العلاقة(8.6) فنكتبها على صورتها الأولية؛

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \rho(\vec{r},t)\vec{v}_d = (-\mathrm{n}\,e)\left[\frac{1}{N}\sum_i \vec{v}_{0i}\right]$$

بضرب الطرف الأيمن في كتلة الإلكترون وقسمته على نفس الكتلة، نحصل على:

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{(-\mathrm{n}\,e)}{m_e}\left[\frac{1}{N}\sum_i \vec{P}_i\right]$$

حيث $\vec{P}_i = m_e\vec{v}_{0i}$ هو الدفع الخطي الذي يكتسبه الإلكترون رقم i خلال قفزة واحدة، أي خلال الزمن τ_i الذي يفصل بين تصادمين متتاليين. واعتمادا على مبدأ التحريك نجد أن:

$$\frac{d\vec{P}_i}{dt} = \vec{F}_e = (-e)\vec{E}$$

ومنه: $\displaystyle\int_{\vec{P}_i(0)=\vec{0}}^{\vec{P}_i(t)} d\vec{P}_i = -e\vec{E}\int_{t_0=0}^{\tau_i} dt$

وهو ما يفضي بعد التكامل إلى :

$$\vec{P}_i(t) = -e\tau_i\vec{E}$$

وبالتعويض في عبارة $\vec{J}$ نجد:

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\mathrm{n}\,e^2}{m_e}\left[\frac{1}{N}\sum_i \tau_i\right]\vec{E} = \frac{\mathrm{n}\,e^2\tau}{m_e}\vec{E}$$

وبالمقارنة مع العلاقة(12.6) نستنتج أن:

$$\sigma = \frac{\mathrm{n}\,e^2\tau}{m_e}$$

وهو المطلوب.

تطبيق عددي: في درجة الحرارة العادية يمكن لذرة النحاس أن تفقد إلكترونا واحد من مدارها الأخير، ليصبح إلكترونا حرا. فعدد الإلكترونات الحرة في النحاس يعادل عدد الذرات تقريبا. فإذا علم أن الكتلة الحجمية للنحاس هي $m_V = 8.9 g.cm^{-3}$ وأن المول الواحد (الكتلة المولية $A = 63.56 g$) به عدد أفوغادرو من الذرات $\left(N_A = 6.02\,10^{23}\right)$، فإن عدد الذرات N (أو عدد الإلكترونات الحرة) في كتلة ما m من النحاس يساوي حسب القاعدة الثلاثية:

$$\left.\begin{array}{l} A \rightarrow N_A \\ m \rightarrow N \end{array}\right\} \Rightarrow N = \frac{m}{A} N_A$$

أما تركيز هذه الإلكترونات (عددها في 1 سم^3) فهو:

$$\mathrm{n} = \frac{N}{V} = \frac{m/V}{A} N_A = \frac{m_V}{A} N_A$$

$$\mathrm{n} = \frac{8.92}{63.56} 6.02\,10^{23} = 8.43\,10^{22}$$

والكثافة الحجمية للشحنات:

$$\rho = \mathrm{n}\,e = \left(8.43\,10^{22}\right)\left(1.6\,10^{-19}\right)$$

$$\rho = 1.35\,0^{4}\, C.cm^{-3} \approx 10^{10}\, C.m^{-3}$$

وهي كثافة عالية جدا (شحنة ضخمة).

إذن، كثافة التيار:

$$J = \frac{I}{S} = \frac{1A}{10^{-6} m^2} = 10^6\, A/m^2$$

وسرعة الانسياق:

$$v_d = \frac{J}{\rho} = \frac{10^6\, A/m^2}{10^{10}\, C/m^3} = 10^{-4}\, m/s = 0.1 mm/s$$

ومتوسط زمن التصادم حسب العلاقة(15.6):

$$\tau = \frac{\sigma\, m_e}{\mathrm{n}\, e^2}$$

$$\tau=\frac{\left(5.81 0^{7}\, A/V.m\right)\left(9.11 10^{-31} kg\right)}{\left(8.43 10^{22} cm^{-3}\right)\left(1.6\, 10^{-19} C\right)^{2}}=4.9 10^{-14}\, s$$

خلال الفترة τ يقفز الإلكترون خطوة λ بسرعة حرارية $v_0 \approx 10^5 m/s$ ؛

$$\lambda=v_0\tau=5\,10^{-9}\,m=50\ \overset{0}{\mathrm{A}}$$

مثال(3.6):

بين على ضوء معادلة الاستمرارية(9.6) أن الشحنة الكهربائي في النواقل تحتل سطوحها الخارجية.

الجواب: نستبدل الشعاع $\vec{J}$ في العلاقة(9.6) بما يساويه بدلالة الحقل في العلاقة(12.6)، لنجد:

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\sigma\,\vec{E}\right)=\sigma\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{E}\right)=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

ثم نستعين بالصيغة التفاضلية لنظرية غوص $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\dfrac{\rho}{\varepsilon}$. وبعد التعويض والترتيب ووضع $\varepsilon/\sigma=\tau$، نجد:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{1}{\tau}\rho=0$$

وهي معادلة تفاضلية حلها من الشكل:

$$\rho(t)=\rho_0\, e^{-\frac{1}{\tau}}$$

ففي مادة النحاس مثلا، لدينا: $\varepsilon\approx\varepsilon_0$ و $\sigma=6.17\,10^{7}\ \Omega^{-1}m^{-1}$، وبالتالي: $\tau=1.44\,10^{-19}\ s$. فإذا اتفق أن وجدت شحنات في اللحظة الابتدائية $t_0=0$ داخل قطعة من النحاس بكيفية أو بأخرى، فإن تنافر الشحنات فيما بينها يؤدي إلى تناقص كثافتها الابتدائية ρ_0 بشكل أسي، بحيث تنخفض إلى 37% من قيمتها ρ_0 خلال الزمن τ، وإلى 0.67% من هذه القيمة بعد زمن (5τ) ... وهكذا يمكن الجزم بأن الشحنة ستتلاشى تماما داخل القطعة بعد حين، وستحتل سطحها

الخارجي بالضرورة.

2.5.6 . الصيغة العامة لقانون أوم:

يمكن صياغة قانون أوم بشكل تكاملي يدعى "قانون أوم العام"، وذلك بإدراج مفهوم المقاومة. فقد تبين إثر تجارب الفيزيائي أوم على النواقل أن شدة التيار I المار في الناقل تتناسب مع فرق الكمون بين طرفيه (أي مع التوتر V)، بحيث يمكن أن نكتب:

$$I = \left(\frac{1}{R}\right)V \qquad (16.6)$$

حيث $G = \left(\frac{1}{R}\right)$ هو ثابت التناسب. تدعى الكمية R "المقاومة"، وتعبر عن المقاومة التي يبديها الناقل ضد حركة الحوامل، بحيث أن التيار يمر بصعوبة (تيار ضعيف) كلما كانت قيمة المقاومة عالية رغم بقاء نفس التوتر.

وهكذا يمكن صياغة قانون أوم بصيغته العامة على الصورة:

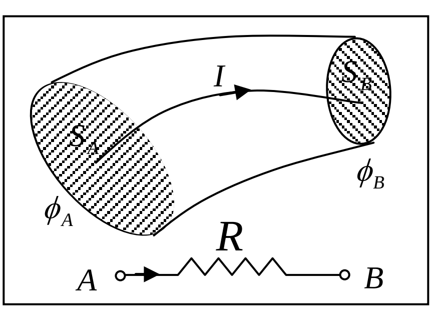
$$R = \frac{V}{I} = \frac{\phi_A - \phi_B}{I_{AB}} \qquad (17.6)$$

وباعتبار $\vec{J} = \sigma\, \vec{E}(\vec{r})$، حيث $\vec{E}(\vec{r})$ الحقل بين مقطعي الناقل S_A و S_B، يمكن صياغة القانون على صورة أعم :

$$R = \frac{\phi_A - \phi_B}{I_{AB}} = \frac{\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}}{\int_S \vec{J} \cdot \overrightarrow{dS}} = \frac{1}{\sigma} \frac{\int_A^B \vec{J} \cdot d\vec{r}}{\int_S \vec{J} \cdot \overrightarrow{dS}} \qquad (18.6)$$

تقدر المقاومة في المنظومة الدولية بوحدة الأوم (Ω). ويرمز لها رياضيا في المخططات الكهربائية بالرمز المبين على الشكل(11.6).

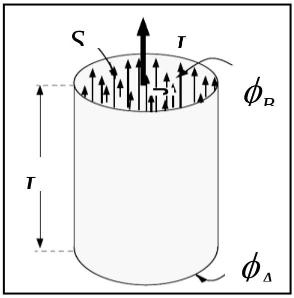
إن الكميات I و V و R هي كميات عيانية ذات أهمية قصوى في إجراء



الشكل(11.6)

القياسات على النواقل، لا سيما في ميادين الإلكترونيات والإلكتروتقنيات؛ بحيث يمكن قراءة هذه الكميات مباشرة على أجهزة القياس. ومع ذلك فإن الكميات $\vec{J}$ و $\vec{E}$ و σ لا تقل عنها أهمية؛ إذ تفيد في دراسة السلوك العام للمواد التي تكون الناقل، وهي موضوع "فيزياء الأجسام الصلبة".

مثال(4.6): مقاومة الناقل الأسطواني.



الشكل(12.6)

يكون الحقل الكهربائي منتظما بين قاعدتي الأسطوانة؛ أي أن التوتر بين طرفي الناقل هو:

$$V = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = EL$$

وبالمثل تكون شدة التيار العابر في الناقل:

$$I = \int_L \vec{J} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_S \left(\sigma \vec{E}\right) \cdot \overrightarrow{dS} = \sigma ES$$

ومنهما نستنتج بأن مقاومة الناقل الأسطواني هي:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{L}{\sigma S} = \frac{\rho L}{S} \qquad (19.6)$$

مثال(5.6): مقاومة المأخذ الأرضي (Prise de terre).

أحسب مقاومة التسرب بين لبوسي مكثف كروي نصف قطره الداخلي r_1 والخارجي r_2، ويفصلهما عازل رديء ناقليته σ.

تطبيق عددي: يتكون المأخذ الأرضي من مسرى كروي فلزي مطمور في عمق الأرض (التي هي عازل رديء)، نصف قطره $r_1 = 5cm$.

قيست المقاومة بين المسرى والأرض (مقاومة العزل) فكانت $R_0 = 1000\,\Omega$. استنتج ناقلية الأرض.

الجواب:

يتجه شعاع كثافة التيار $\vec{J}$ على سموت أنصاف الأقطار r، ويتسم بتناظر كروي؛ أي: $J = J(r)$. لذلك تكون شدة التيار I الذي تسرب من خلال السطح S_r ثابتة في النظام الدائم، وتساوي:

$$I = \int_S \vec{J}(\vec{r}) \cdot \overrightarrow{dS} = J(r).4\pi r^2$$

ومنه:

$$J(r) = \frac{I}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad E(r) = \frac{J(r)}{\sigma} = \frac{I}{4\pi\sigma r^2}$$

ومن جهة أخرى نجد أن فرق الكمون بين اللبوسين يساوي تجول الحقل:

$$V = \phi_1 - \phi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \frac{I}{4\pi\sigma} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{I}{4\pi\sigma}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

ومنه:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1}{4\pi\sigma} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \qquad (20.6)$$

تطبيق عددي: إذا كان $r_2 = R_T$ هو نصف قطر الأرض فإن: $r_2 >> r_1$ ، وبالتالي: $R_0 \approx \frac{1}{4\pi\sigma\, r_1}$. ومنه:

$$\sigma \approx \frac{1}{4\pi\, r_1 R_0} = 1.6\,10^{-3}\,\Omega^{-1}.m^{-1}$$

وهي كما ترى قيمة ضعيفة جدا لا تشكل في حد ذاتها خطرا كهربائيا على الكائنات الحية بالرغم من تصنيف الأرض ضمن النواقل.

7.6 ـ المفعول الحراري للتيار (مفعول جول):

1.7.6 . قانون جول:

سبقت الإشارة في مطلع الفقرة(5.6) إلى أن الشحنات الموجهة في الناقل

تتسارع بفعل الحقل المسلط عليها من الخارج، لكنها في نفس الوقت تتعرض للتصادمات مع دقاق المادة؛ أي أنها تكتسب في كل قفزة (أو خطوة λ) طاقة حركية ثم تبددها في القفزة الموالية بعد زمن متوسطه τ، وتمنحها للجسيم الذي تصطدم به، فترتفع الطاقة الحركية لهذا الأخير ويؤدي ذلك إلى ارتفاع درجة حرارة الناقل بشكل محسوس. وهذا ما يدعى "مفعول جول".

لحساب القدرة المصروفة بمفعول جول، دعنا نعتبر ناقلا يعبره تيار I إثر تأثره بحقل خارجي. إن نقل الشحنة dq خارج الحجم dV في الشكل(7.6) يحتاج إلى توفير طاقة أو بذل عمل قدره:

$$dW = dq(\phi_A - \phi_B)$$

أو:

$$d^2W = dq\, d\phi$$

ولكن: $dq = \rho\, dV$ و $d\phi = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$. إذن:

$$d^2W = -\rho\, dV\vec{E} \cdot d\vec{r} = - - \rho\, dV\vec{E} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt$$

$$= -\rho\, dV\vec{E} \cdot \vec{v}_d\, dt = -(\rho\, \vec{v}_d) \cdot \vec{E}\, dVdt$$

أو أيضا:

$$d^2W = -(\vec{J} \cdot \vec{E}) dVdt \qquad (21.6)$$

وهو عنصر العمل الذي يبذله الحقل الخارجي (أو عمل القوة الكهربائية) لإخراج عنصر الشحنة خارج عنصر الحجم. ومن جهة أخرى قادتنا نفس الفقرة(5.6) إلى أن الناقل في حالة النظام الدائم يخضع لمبدأ التحريك: $\vec{F}_e + \vec{F}_f = \vec{0}$ ، وبالتالي: $dW + dW' = 0$، حيث dW' عمل قوة الاحتكاك. من هنا نجد:

$$d^2W' = (\vec{J} \cdot \vec{E}) dVdt$$

أو:

$$d\left(\frac{dW'}{dt}\right) = (\vec{J} \cdot \vec{E}) dV$$

أو أيضا

$$dP(t) = (\vec{J} \cdot \vec{E}) dV \qquad (22.6)$$

حيث $P(t) = \frac{dW'}{dt}$ هي الاستطاعة المصروفة في الناقل بمفعول جول، وتساوي:

$$P(t) = \int_V (\vec{J} \cdot \vec{E}) dV \qquad (23.6)$$

تقدر الاستطاعة عادة بوحدة الواط(W) في المنظومة الدولية. أما المؤسسات الكهربائية فتتعامل بوحدة مضاعفة هي الكيلواط(kW) أو الكيلواط ساعي(kWh)

$$\left[1kWh = \left(10^3 W\right)\left(3600s\right) = 3.6\,10^6\, J\right]$$

يمكن وضع العلاقة السابقة(23.6) على صورة تفاضلية، تعرف بالصيغة المحلية لقانون جول:

$$\mathscr{P} = \frac{dP(t)}{dV} = \left(\vec{J}\,.\,\vec{E}\right) = \sigma\, E^2 \qquad (24.6)$$

كما يمكن وضعها على صورة عامة تعرف بالصيغ العيانية لقانون جول:

$$P(t) = \int_S \left(\vec{J}\,.\,\overrightarrow{dS}\right)\int_A^B \left(\vec{E}\,.\,\overline{dr}\right) = I\left(\phi_A - \phi_B\right) = IV$$

وبناء على قانون أوم يمكن لهذه الصيغة أن تتخذ أحد الأشكال الثلاثة التالية:

$$P(t) = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R} \qquad (25.6)$$

مثال(6.6):

ترك سائق أضواء سيارته مضيئة سهوا. فإذا علمت أن استطاعة المصباح الأمامي $40W$ والخلفي $6W$ (أي ما يعادل $92W$ في المجموع)، فما هو الزمن الذي تعيشه البطارية المشحونة حديثا، والمصممة لإنتاج 40 آمبير. ساعي تحت توتر 12 فولط؟

__الجواب:__

بناء على قانون جول(25.6) فإن:

$$I = \frac{P}{V} = \frac{92W}{12V} \approx 7.66\ A$$

ومنه:

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{40\ A.h}{7..66\ A} \approx 5.2\ h$$

تمرين(1.6):

أحسب مقاومة مصباح سيارة استطاعته $P = 40W$، صمم للاشتغال تحت التوتر $V = 12V$.

$$[R=\frac{V^2}{P}=\frac{(12V)^2}{40W}=3.6\,\Omega \quad \text{:الجواب}]$$

2.7.6 . تطبيق مفعول جول:

تبين مما شيق أنه كلما مر تيار كهربائي في وسط مادي حدث انتشار للحرارة نتيجة مفعول جول. هذا الضياع اللارجعي في الطاقة هو ظاهرة كونية تحدث كلما تم إنتاج أو نقل أو استهلاك هذه الطاقة. تضيع الحرارة المصروفة عامة بشكل غير مفيد، إلا إذا استهدفت الحرارة لذاتها؛ كاستغلالها للتدفئة أو التسخين والإنارة...

فنتيجة لمفعول جول ليس يمكن تمرير تيار أعلا من قيمة حدية معينة في سلك ما تجنبا لإبهاظه (أي تحميل السلك فوق ما يطيق)، إلا أن يكون مقطعه معتبرا (يتحمل بضعة آلاف آمبير)، وهذا ما يزيد من تكلفة هذه الأسلاك ويتسبب في ازدحام الخطوط الكهربائية.

ونتيجة لمفعول جول أيضا نصادف المردود أبدا أقل من الواحد في الإنشاءات الكهربائية كخط الاتصال ذي المقاومة R والتيار I مثلا، حيث نجد:

$$\eta=\frac{P'}{P}=\frac{P-RI^2}{P}=1-\frac{RI^2}{P} \qquad (26.6)$$

أو :

$$\eta=\frac{P'}{P}=\frac{P-R(P/V)^2}{P}=1-\frac{PR}{V^2} \qquad (27.6)$$

حيث P القدرة المستهلكة، و P' القدرة المنتجة.

يتضح من العلاقة(26.6) أن المردود يرتفع كلما قلت المقاومة R. لذلك تنقل الطاقة عادة عبر خطوط من نواقل جيدة (كالألمنيوم والنحاس) ذات مقاطع كبيرة نسبيا. كما توحي العلاقة(27.6) بأن المردود يتحسن كلما ازداد التوتر V. لذلك تنقل الطاقة عادة إلى الأماكن البعيدة عبر خطوط عالية التوتر(H.T).

ينبغي أن يراعى في كل المباني بأن تكون الأسلاك المستعملة تتحمل التيارات الضرورية للطاقة المستهلكة. وتفاديا للإبهاظ نلجأ إلى إضافة صهورات وقاطعات لفصم الدارة عندما يتجاوز التيار قيمته الحدية. فالصهورة 20 آمبير مثلا تذوب عندما

يعبرها تيار يفوق 20 آمبير. يعزى احتراق الصهورة أو انفتاح القاطعة لمرات متتالية إلى أحد السببين التاليين:

- لأن أجهزة عديدة موصولة بنفس الدارة.
- لأن هناك خطأ ما في الإنشاء الكهربائي؛ كتقصير في الدارة بسبب تماس سلكين مستقلين لتجردهما من الغلاف العازل مثلا، مما يقلل المقاومة أمام التيار المار فيغدو في غاية الشدة.