Structure Machine 2

Logique Combinatoire

ENS KATEB

Logique Combinatoire

Définition :

Un système logique, construit des entrées et des sorties, est dit combinatoire si les sorties dépondent seulement des entrées

Exemple : la lampe est allumé si le premier interrupteur est ON et le deuxième est OFF

Un Circuit combinatoire : est un circuit qui applique la notion de la logique combinatoire. À l'extérieur on a les broches (Entrées / Sorties) et à l'intérieur on a l'implémentation des fonctions logiques des sorties en utilisant les portes logiques

Logique Combinatoire

Etapes de conception d'un circuit combinatoire :

- Etablissement de la table de vérité.
- Simplification des fonctions logiques.
- Réalisation du schéma logique.

Exemple :

On désire réaliser un circuit capable de décrire sur un ensemble n (impaire) de bits s'il y a une majorité de 1 ou une majorité de 0. on nomme M la variable majorité, M=1 si sur une ligne on a des 1 plus que des 0 et M=0 dans le cas contraire,

Prenant l'exemple de n = 3, les entrées sont : a, b et c

Logique Combinatoire

1- La table de vérité :

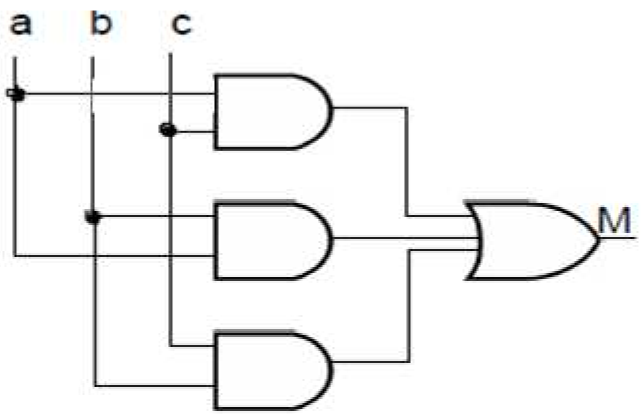
a	b	c	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2- Simplification :

a \ bc	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$M = ac + ab + bc$$

3 - Schéma Logique :



Quelques Circuits Combinatoires

Demi Additionneur :

Addition : opération arithmétique exécutée par le processeur (addition binaire)
Sur un bit on a :
0 + 0 = 0,   0 + 1 = 1, 1 + 0 = 1 et 1 + 1 = 0 avec retenu 1

Exemple A + B = S et Retenue R :

Table de vérité

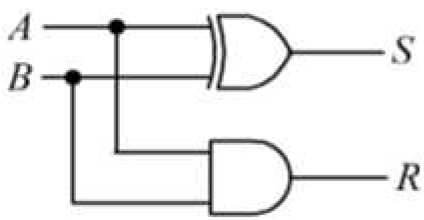
A	B	S	R
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Fonctions de Sorties:

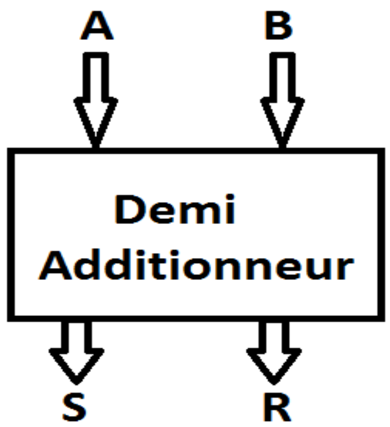
$$S = \overline{A}B + A\overline{B} = A \oplus B$$

$$R = AB$$

Schéma logique :



Représentation :



Quelques Circuits Combinatoires

Additionneur Complet:

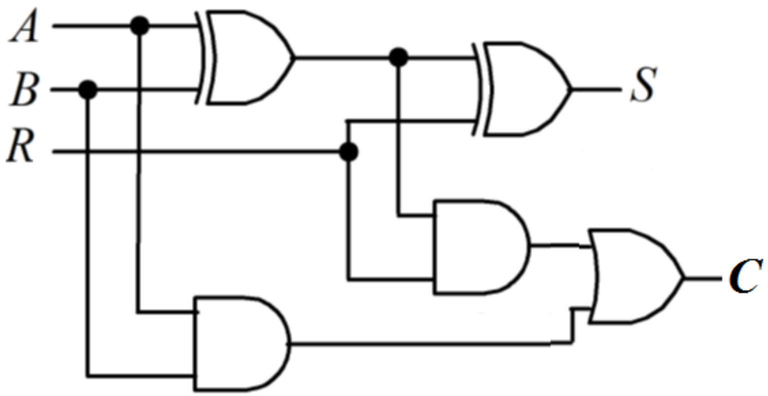
Où on prend en considération le retenue avant l'opération, on donc deux retenues : R avant l'opération et C après l'opération.

Exemple A + B avec Retenue R = S et Retenue C:

R	A	B	S	C
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

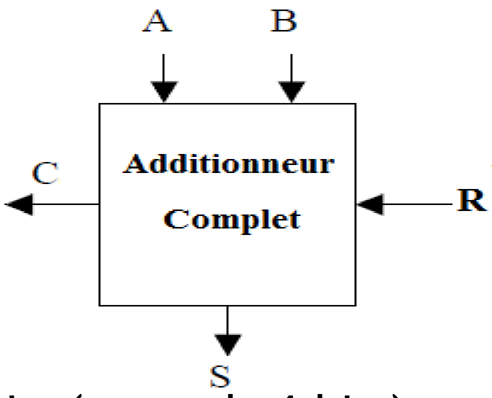
$$S = R \oplus A \oplus B$$

$$C = AB + R(A \oplus B)$$

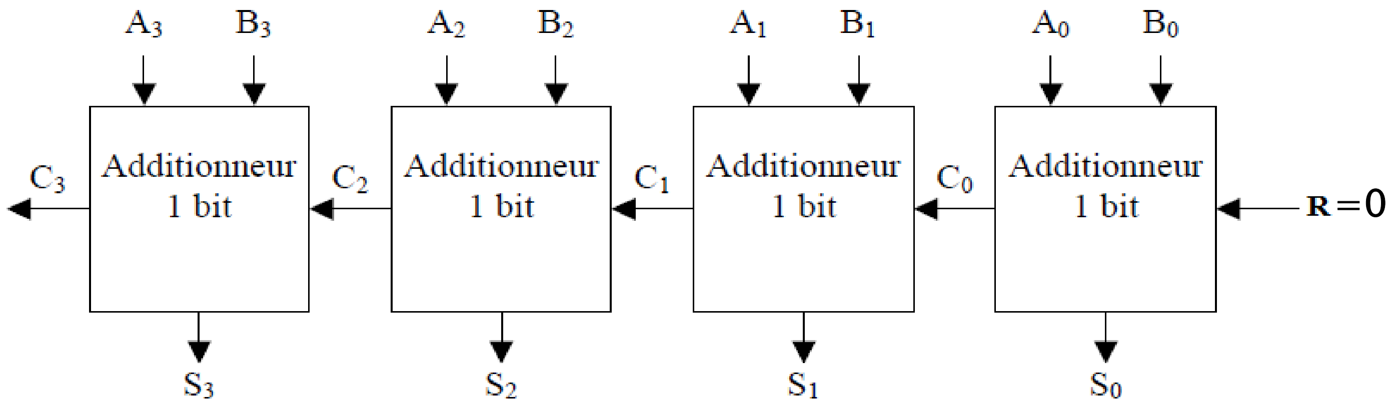


Quelques Circuits Combinatoires

Additionneur Complet :



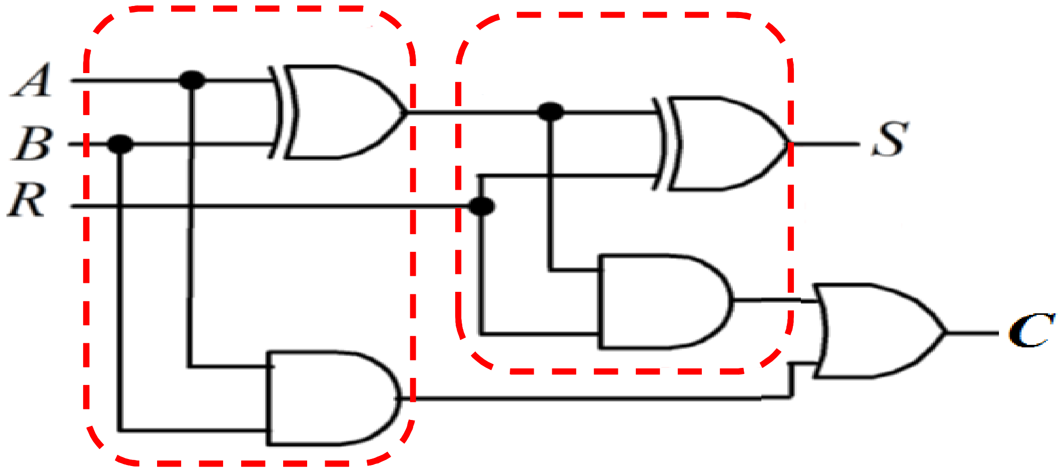
Additionneur Complet à N bits (exemple 4 bits)

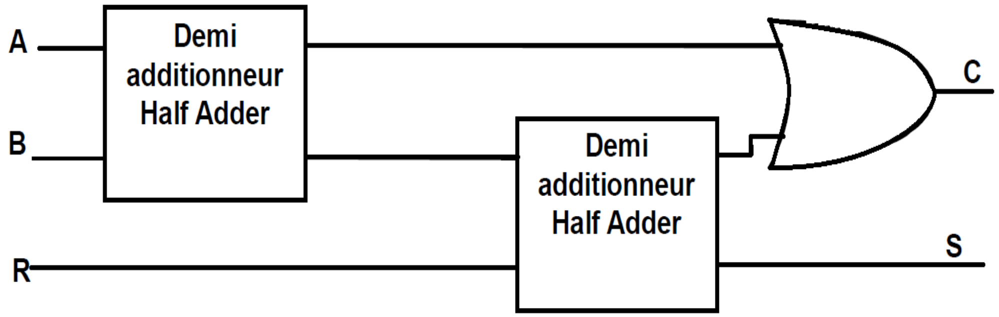


Remarque : le premier additionneur à droite peut être un demi-additionneur

Quelques Circuits Combinatoires

Additionneur Complet à l'aide de deux demi-additionneurs:





Quelques Circuits Combinatoires

Demi Soustracteur :

Soustraction : opération arithmétique exécutée par le processeur (soustraction binaire)
Sur un bit on a :
0 – 0 = 0,   1 – 0 = 1, 1 – 1 = 0 et 0 – 1 = 1 avec retenu 1

Exemple A – B = S et Retenue R:

Table de vérité

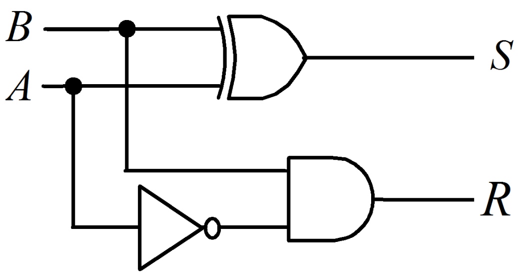
A	B	S	R
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

Fonctions de Sorties:

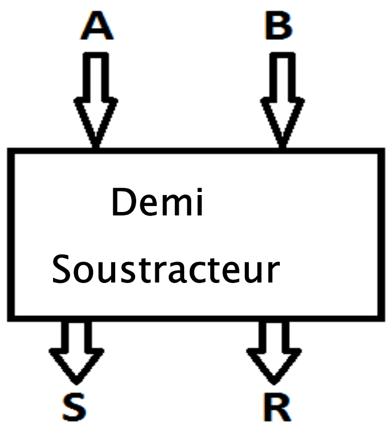
$$S = \overline{A}B + A\overline{B} = A \oplus B$$

$$R = \overline{A}B$$

Schéma logique :



Représentation :



Quelques Circuits Combinatoires

Soustracteur Complet:

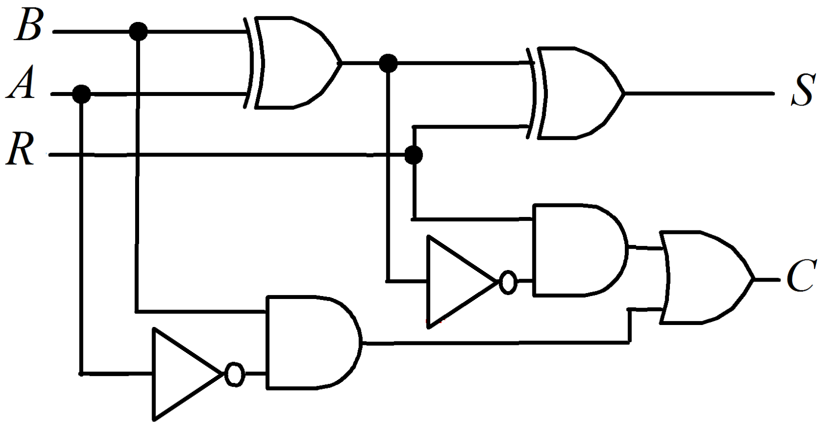
Où on prend en considération le retenue avant l'opération, on donc deux retenues : R avant l'opération et C après l'opération.

Exemple A + B avec retenue R = S et retenue C :

R	A	B	S	C
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

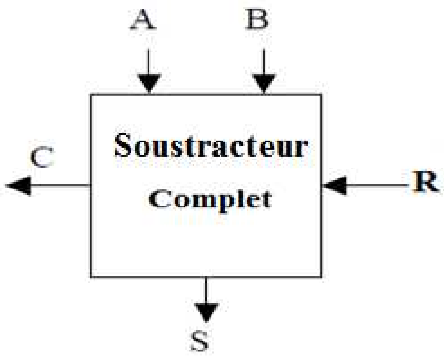
$$S = R \oplus A \oplus B$$

$$C = \overline{A}B + R(\overline{A \oplus B})$$

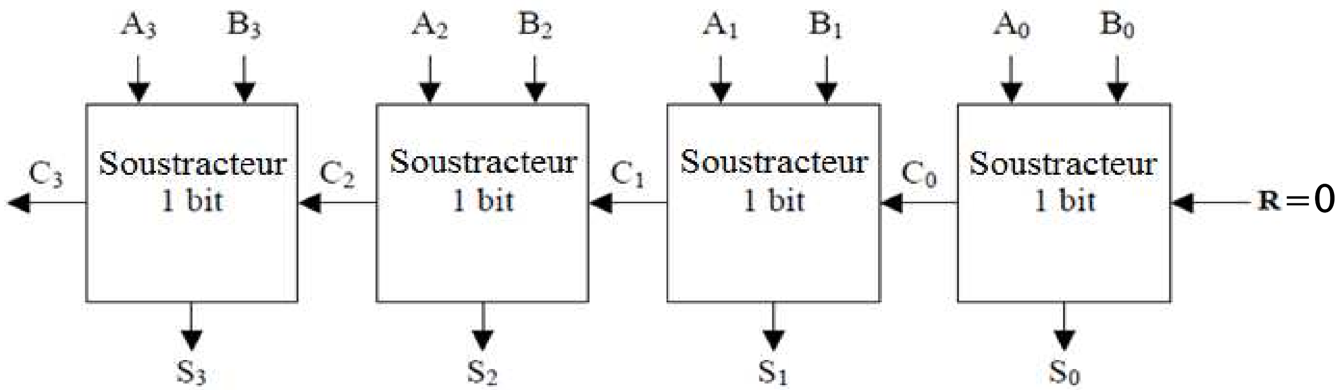


Quelques Circuits Combinatoires

Soustracteur Complet :



Soustracteur Complet à N bits (exemple 4 bits)



Remarque : le premier soustracteur à droite peut être remplacé par un demi-soustracteur

Quelques Circuits Combinatoires

Additionneur-Soustracteur :

A – B = A + (-B)

En complément à 2 (-B) = $\overline{B}$ + 1 Donc : A – B = A + $\overline{B}$ + 1

Pour réaliser le circuit on introduit une variable d'entrée de commande Cmd, si cmd = 0 alors l'opération est addition, sinon l'opération est soustraction en plus : «**cmd**», dans ce cas représente le 1 qui doit être ajouté au résultat.

Pour déterminer $\overline{B}$ on a la notion de base :

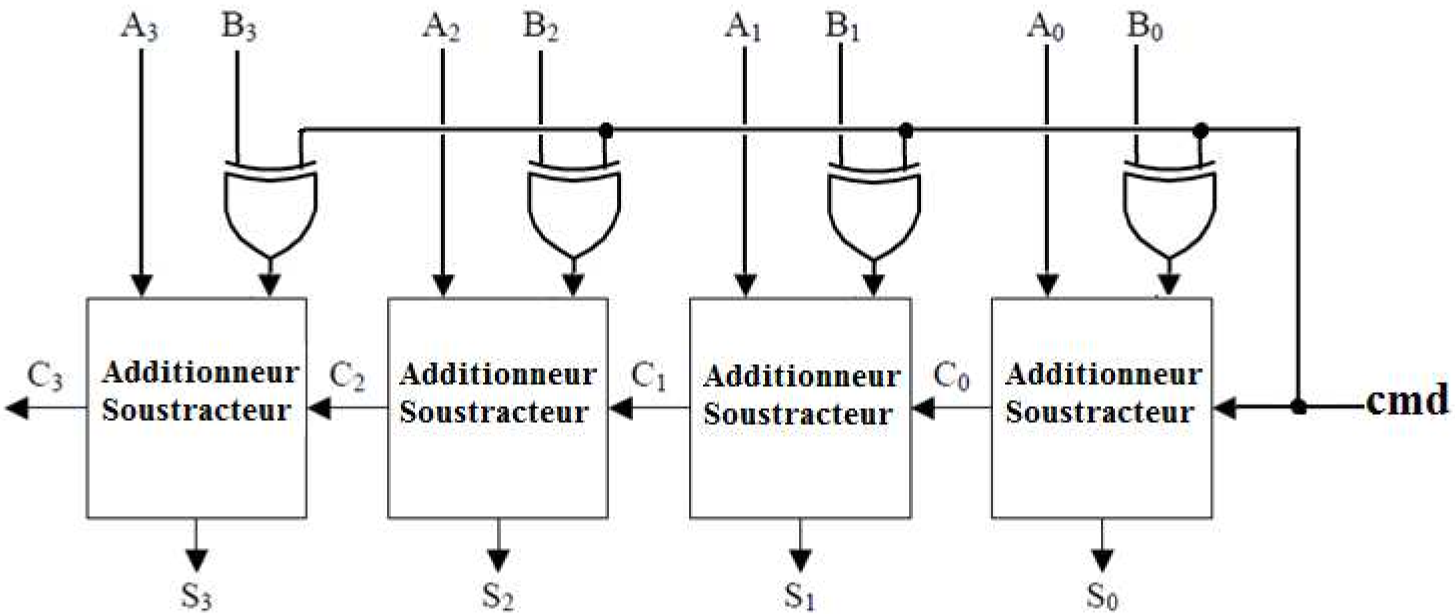
$$1 \oplus B = \overline{B}$$

$$0 \oplus B = B$$

Selon la valeur de **cmd** soit on effectue une addition (cmd = 0) soit on effectue une soustraction (cmd = 1) avec le même circuit.

Quelques Circuits Combinatoires

Additionneur-Soustracteur à N bits (exemple 4 bits)

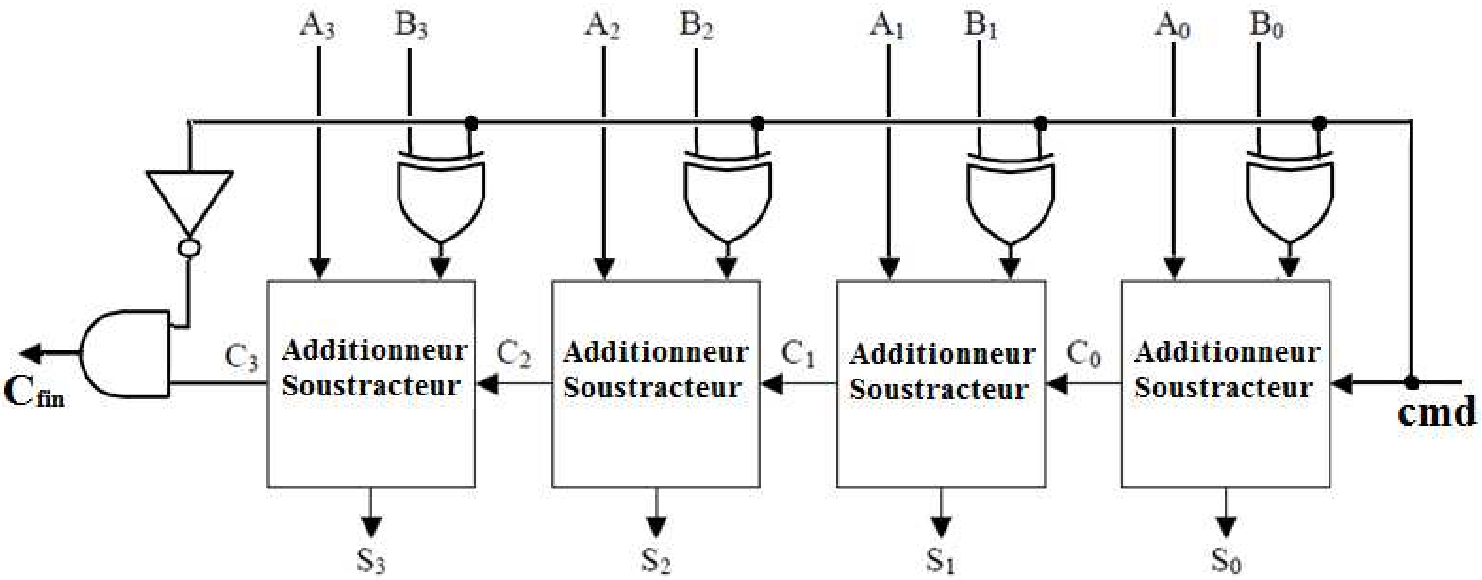


Quelques Circuits Combinatoires

Additionneur–Soustracteur à N bits (exemple 4 bits)

Si on prend en considération les conditions de l'addition en CA2 :

- Dans le cas de soustraction : pas dépassement et si on trouve une retenue on l'ignore (retenue finale est à 0).
- Dans le cas d'une addition : si on trouve une retenue alors Overflow (retenue finale est à 1).



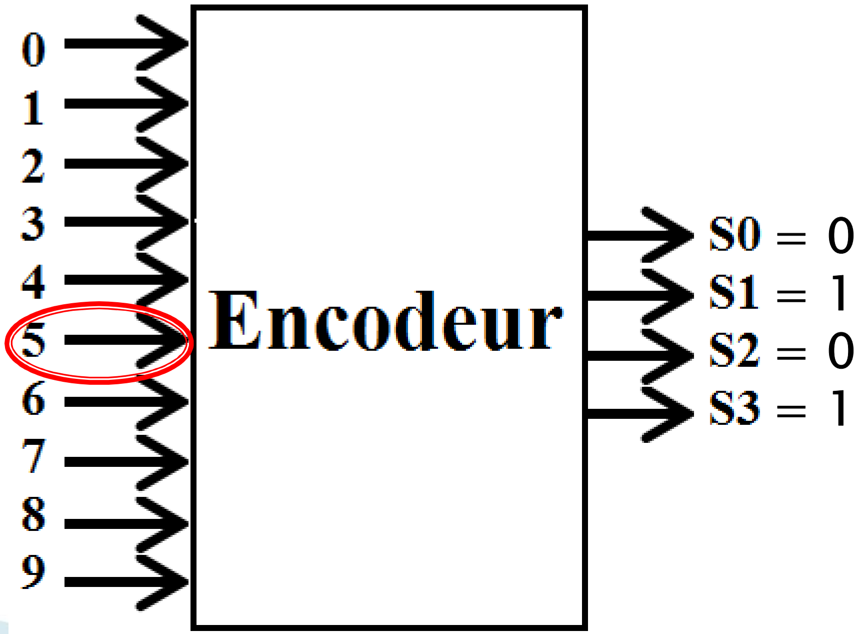
Quelques Circuits Combinatoires

Codeur (Encodeur) :

Un codeur (ou encodeur) reçoit à l'entrées une donnée qui a une représentation binaire en sortie, par exemple un chiffre, une lettre

Il possède 2^n entrées et n sorties

Exemple : encodeur décimal -> binaire pure : si en entré du circuit le chiffre 5 est sélectionné on a en sortie le code 0101



Quelques Circuits Combinatoires

Codeur (Encodeur) : exemple encodeur 3 bits

E0	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	S2	S1	S0
1								0	0	0
	1							0	0	1
		1						0	1	0
			1					0	1	1
				1				1	0	0
					1			1	0	1
						1		1	1	0
							1	1	1	1

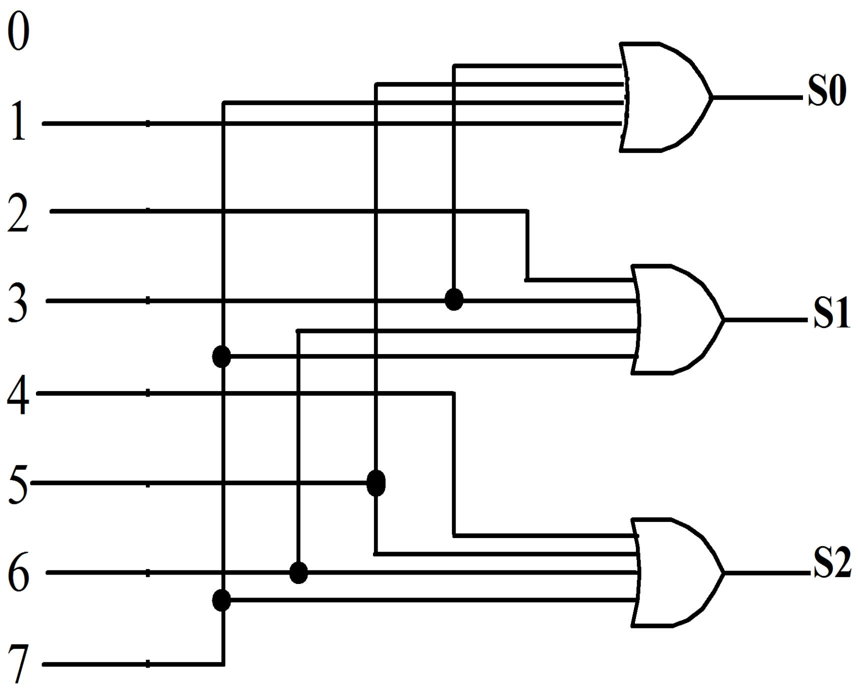
$$S0 = E1 + E3 + E5 + E7$$

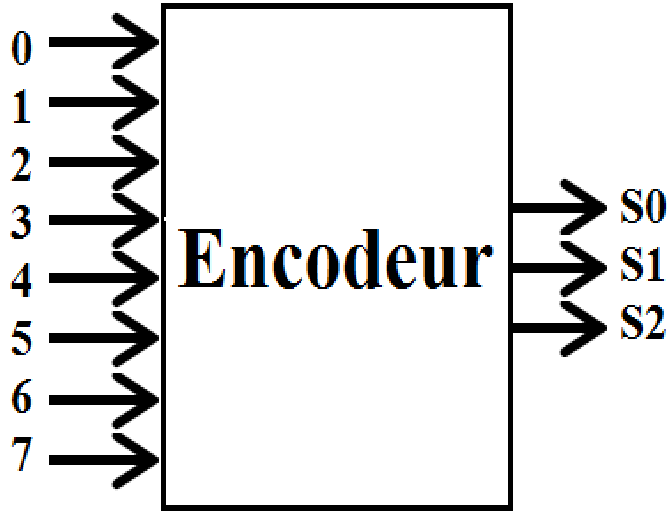
$$S1 = E2 + E3 + E6 + E7$$

$$S2 = E4 + E5 + E6 + E7$$

Quelques Circuits Combinatoires

Codeur (Encodeur) : exemple encodeur 3 bits





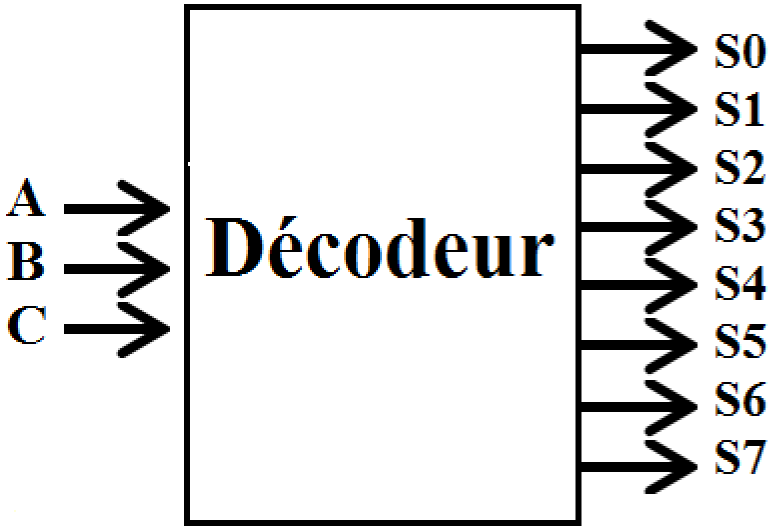
Quelques Circuits Combinatoires

Décodeur :

Un Décodeur est un circuit combinatoire caractérisé par :

- N : entrées de données
- 2^n sorties
- Pour chaque combinaison en entrée une seule sortie est active à la fois

Exemple : Décodeur 3 x 8



Quelques Circuits Combinatoires

Décodeur 3 x 8 Table de vérité :

A	B	C		S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
0	0	0		1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1		0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0		0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1		0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0		0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1		0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0		0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1		0	0	0	0	0	0	0	1

Quelques Circuits Combinatoires

Décodeur 3 x 8 Expressions de sorties et schéma logique :

$$S_0 = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$$

$$S_1 = \overline{A}.\overline{B}.C$$

$$S_2 = \overline{A}.B.\overline{C}$$

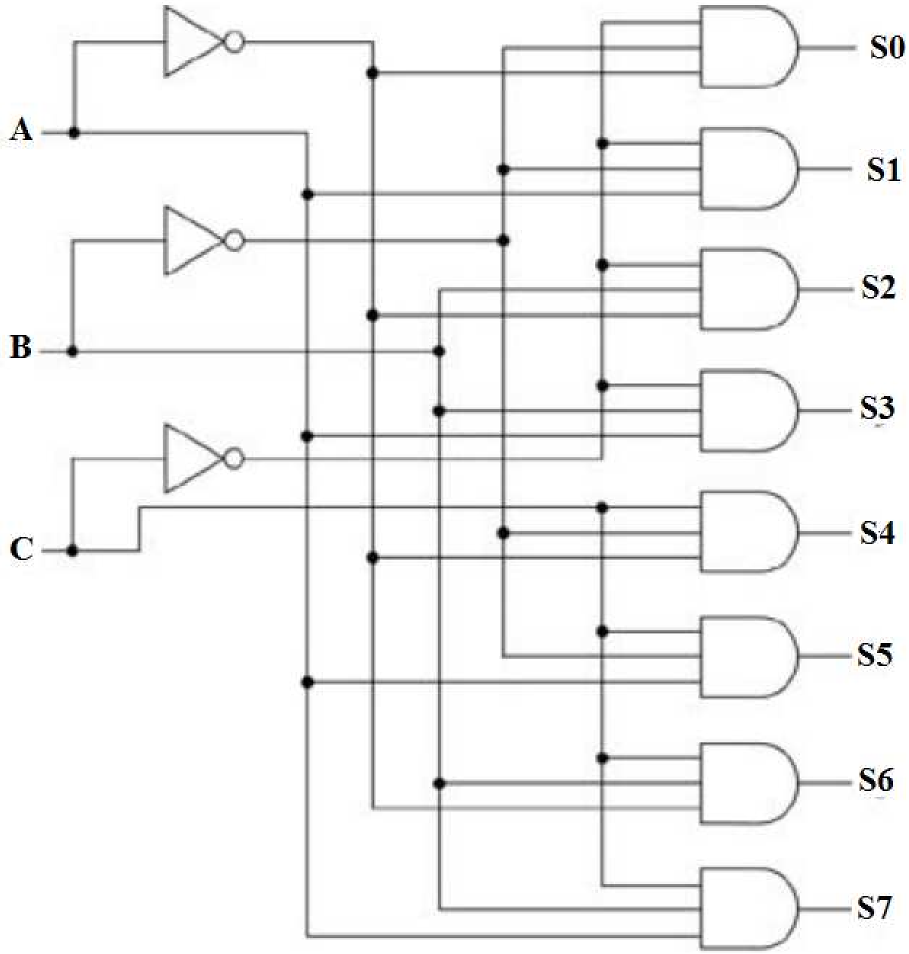
$$S_3 = \overline{A}.B.C$$

$$S_4 = A.\overline{B}.\overline{C}$$

$$S_5 = A.\overline{B}.C$$

$$S_6 = A.B.\overline{C}$$

$$S_7 = A.B.C$$



Quelques Circuits Combinatoires

Utilisation des encodeurs et décodeurs :

Dans un système numérique, les instructions, tout comme les nombres, sont transportées sous forme de mots binaires.

Par exemple un mot de 4 bits peut permettre d'identifier 16 instructions différentes : l'information est <u>codée</u>.

Très souvent l'équivalent d'un commutateur à 16 positions permet de sélectionner l'instruction correspondante à un code. Ce processus est appelé <u>décodage</u>.

La fonction du décodage consiste à faire correspondre à un code présent en entrée sur n lignes une seule sortie active parmi les $N = 2^n$ sorties possibles.

Quelques Circuits Combinatoires

Exemple: Réalisation d’un additionneur complet avec des décodeurs binaire 3x8

$$S_{Add} = \overline{A_i}.\overline{B_i}.R_i + \overline{A_i}.B_i.\overline{R_i} + A_i.\overline{B_i}.\overline{R_i} + A_i.B_i.R_i$$

0 0 1   0 1 0   1 0 0   1 1 1

$$C_{Add} = \overline{A_i}B_iR_i + A_i\overline{B_i}R_i + A_iB_i\overline{R_i} + A_iB_iR_i$$

0 1 1   1 0 1   1 1 0   1 1 1

On pose $A=A_i$, $B=B_i$, $C=R_i$ Dans l'encodeur 3 x 8 on a :

$$S_0 = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C},\quad S_1 = \overline{A}.\overline{B}.C,\quad S_2 = \overline{A}.B.\overline{C},\quad S_3 = \overline{A}.B.C,$$

$$S_4 = A.\overline{B}.\overline{C},\quad S_5 = A.\overline{B}.C,\quad S_6 = A.B.\overline{C},\quad S_7 = A.B.C$$

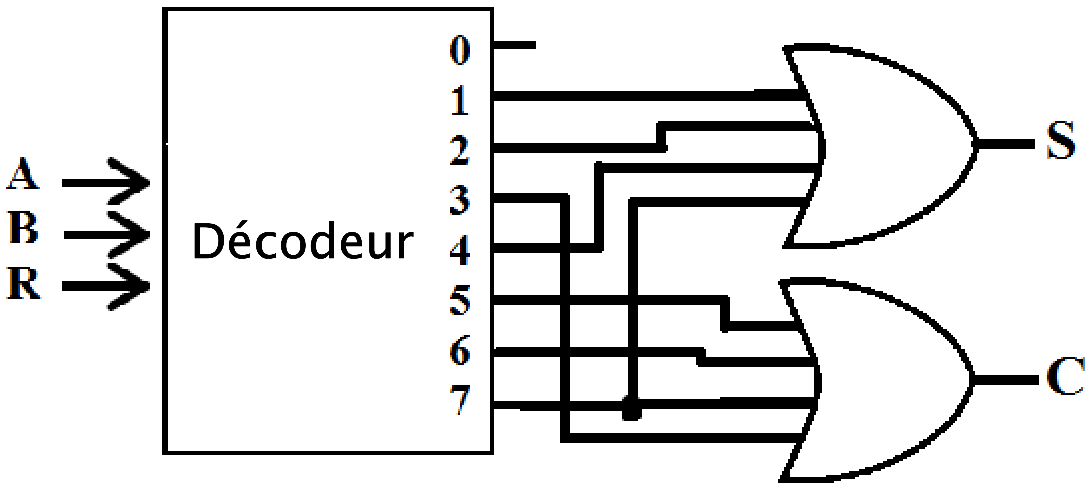
Donc on peut représenter S_{Add} et C_{Add} comme suit :

$$S_{Add} = S1 + S2 + S4 + S7$$

$$C_{Add} = S3 + S5 + S6 + S7$$

Quelques Circuits Combinatoires

Exemple: Réalisation d’un additionneur complet avec des décodeurs binaire 3x8



Quelques Circuits Combinatoires

Encodeur de priorité :

L’encodeur de priorité est un circuit qui détecte la position du premier bit 1 d’un mot en commençant par le bit le plus significatif (le plus à gauche).
Il fournit le code binaire de l’indexe du bit le plus significatif dans une suite binaire, exemple :

- 0010 -> 1
- 0110 -> 2
- 0001 -> 0
- 0100 -> 2
- 0110 -> 2
- 1000 -> 3

De manière générale, l’encodeur de priorité prend en entrée un mot de 2^n bits et donne en sortie un mot de n bits correspondant à l’index du bit non nul le plus significatif. Dans le cas où tous les bits à l’entrée valent 0 on a un signal indicateur (appelé GS) qui vaut 1 uniquement dans ce cas.

Quelques Circuits Combinatoires

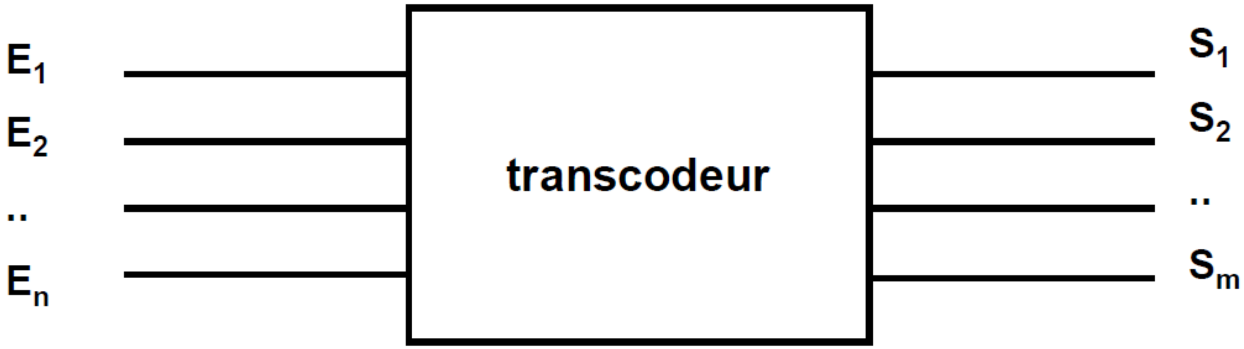
Encodeur de priorité 8 x 3 : Table de vérite

E7	E6	E5	E4	E3	E2	E1	E0	S2	S1	S0	G
1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1	0
0	1	x	x	x	x	x	x	1	1	0	0
0	0	1	x	x	x	x	x	1	0	1	0
0	0	0	1	x	x	x	x	1	0	0	0
0	0	0	0	1	x	x	x	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	x	x	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	x	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Quelques Circuits Combinatoires

Transcodeur :

C'est un circuit combinatoire qui permet de transformer un code X (sur n bits) en entrée en un code Y (sur m bits) en sortie.



Quelques Circuits Combinatoires

Transcodeur : exemple transcodeur BCD -> XS3

Table de vérité et expressions de sorties

$$X = A + BC + BD = A + B(C + D)$$

$$Y = \overline{B}C + \overline{B}D + B\overline{C}\overline{D} = B\overline{C}\overline{D} + \overline{B}(C + D)$$

$$Z = CD + \overline{C}\overline{D} = \overline{C \oplus D}$$

$$T = \overline{D}$$

A faire le schéma logique

A	B	C	D		X	Y	Z	T
0	0	0	0		0	0	1	1
0	0	0	1		0	1	0	0
0	0	1	0		0	1	0	1
0	0	1	1		0	1	1	0
0	1	0	0		0	1	1	1
0	1	0	1		1	0	0	0
0	1	1	0		1	0	0	1
0	1	1	1		1	0	1	0
1	0	0	0		1	0	1	1
1	0	0	1		1	1	0	0
1	0	1	0		x	x	x	x
1	0	1	1		x	x	x	x
1	1	0	0		x	x	x	x
1	1	0	1		x	x	x	x
1	1	1	0		x	x	x	x
1	1	1	1		x	x	x	x

Quelques Circuits Combinatoires

Multiplexeur :

Un multiplexeur est un circuit combinatoire qui permet de sélectionner une ligne d'entrée par une adresse parmi les entrées et de faire apparaitre son état en sortie

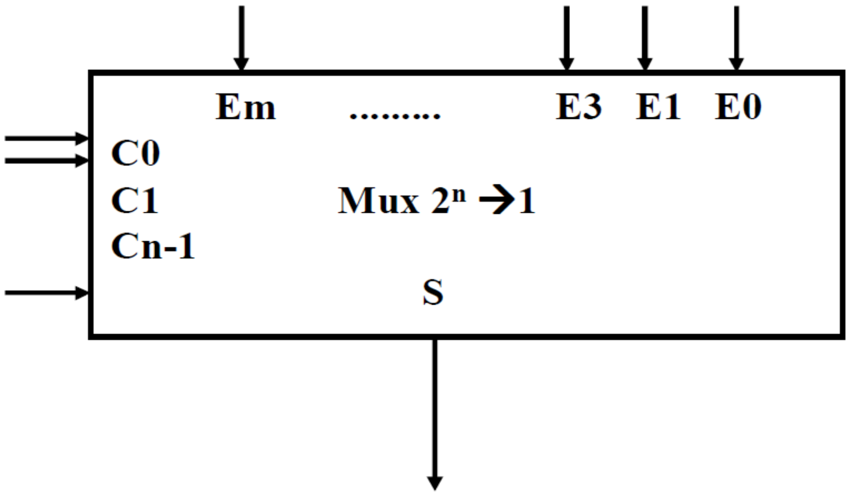
Il possède :

- 2^n entrées d'information
- Une seule sortie
- n entrées de sélection (commandes)

Exemple d'utilisation : transmettre ou recevoir des informations sur une ligne unique de transmission (une ligne série), ce qui nécessite de transformer un nombre écrit sous forme parallèle en une suite de bits mis en série et vice-versa. C'est le rôle des circuits multiplexeur/démultiplexeur.

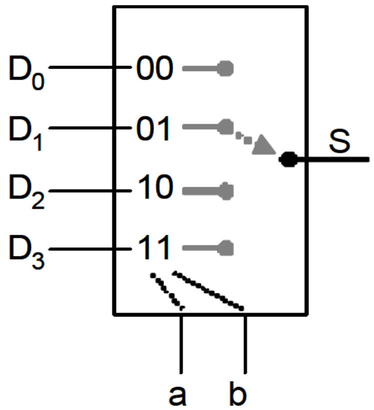
Quelques Circuits Combinatoires

Multiplexeur : ($m = 2^n$)



Exemple Multiplexeur 4 x 1 : Table de vérité et représentation

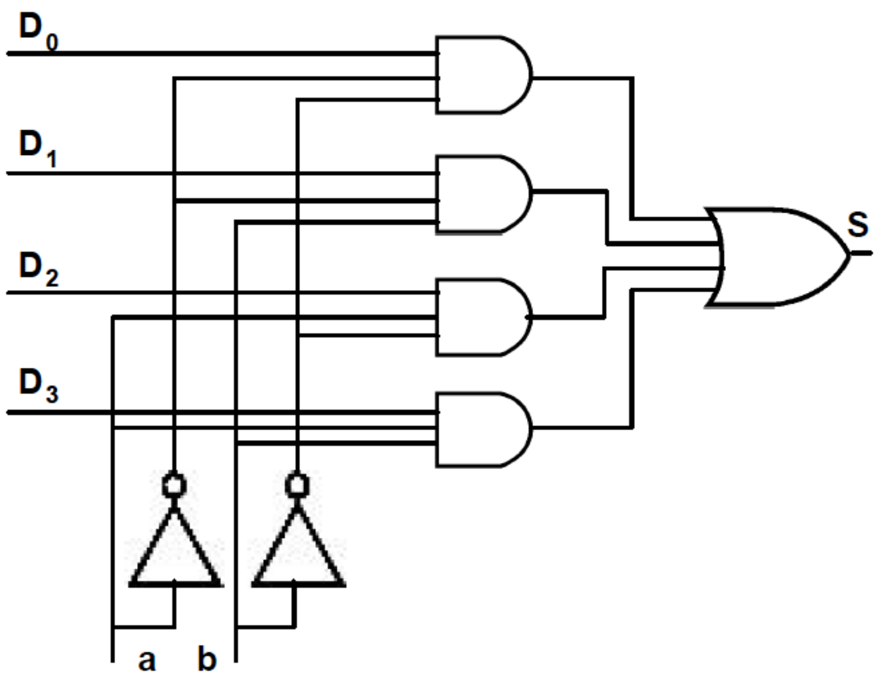
a	b	S
0	0	D_0
0	1	D_1
1	0	D_2
1	1	D_3



Quelques Circuits Combinatoires

Exemple Multiplexeur 4 x 1 : Expression de sortie et schéma logique

$$S = \bar{a}\bar{b}\ D_0 + \bar{a}b\ D_1 + a\bar{b}\ D_2 + ab\ D_3$$



Quelques Circuits Combinatoires

Exemple : Réalisation d’un additionneur complet avec des multiplexeurs 8 x 1

Pour le faire on a besoin de deux MUX, le 1ere pour réaliser le résultat de la somme S et le 2eme pour réaliser la retenue C

On a :

$$S = \overline{R}\,\overline{A}B + \overline{R}A\overline{B} + R\overline{A}\,\overline{B} + RAB = \sum(1,2,4,7)$$

$$C = \overline{R}AB + R\overline{A}B + RA\overline{B} + RAB = \sum(3,5,6,7)$$

Donc on a besoin de deux multiplexeurs 8 x 1 (par ce qu’on a trois variables R, A et B) donc :

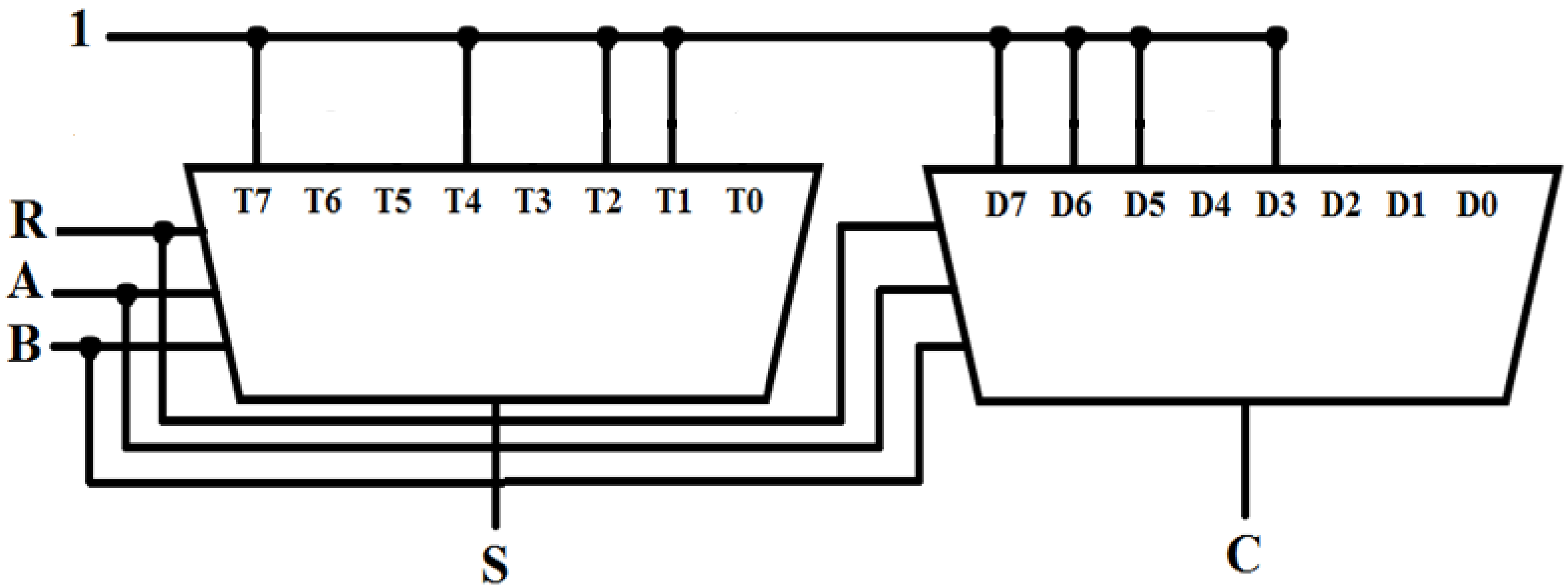
$$S = \overline{R}\,\overline{A}BT1 + \overline{R}A\overline{B}T2 + R\overline{A}\,\overline{B}T4 + RABT7$$

$$C = \overline{R}ABD3 + R\overline{A}BD5 + RA\overline{B}D6 + RABD7$$

(Supposant que Ti et Di les entrées du 1er et 2eme multiplexeur)

Quelques Circuits Combinatoires

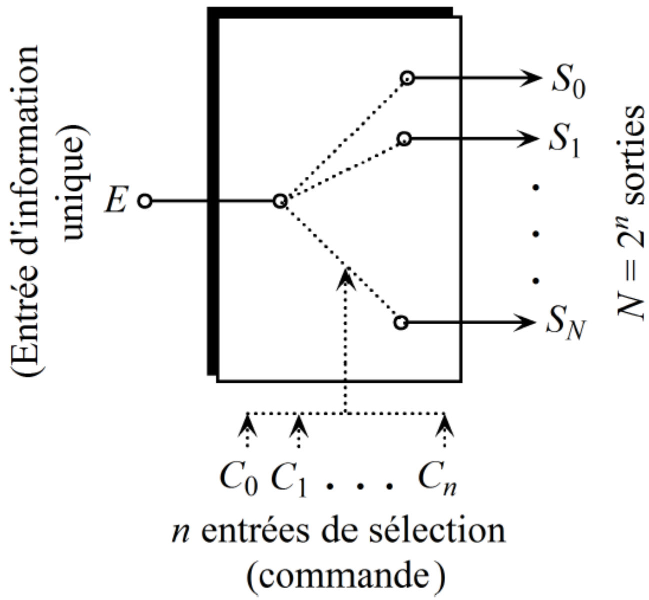
Exemple : Réalisation d'un additionneur complet avec des multiplexeurs 8 x 1



Quelques Circuits Combinatoires

Démultiplexeur :

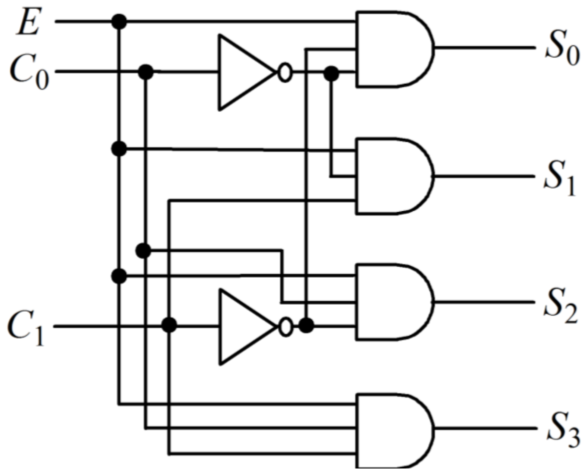
Le démultiplexeur réalise l'opération inverse de celle du multiplexeur. Il comporte une seule entrée d'information (ou de données) E, n entrées de commande Ci avec i = 0,1,...,n (appelées aussi entrées d'adresse ou de sélection) et $N = 2^n$ sorties (S_0, S_1, ... , S_N)



Quelques Circuits Combinatoires

Exemple Démultiplexeur 1 x 4 : Table de vérité et représentation

E	C_0	C_1	S_0	S_1	S_2	S_3
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1

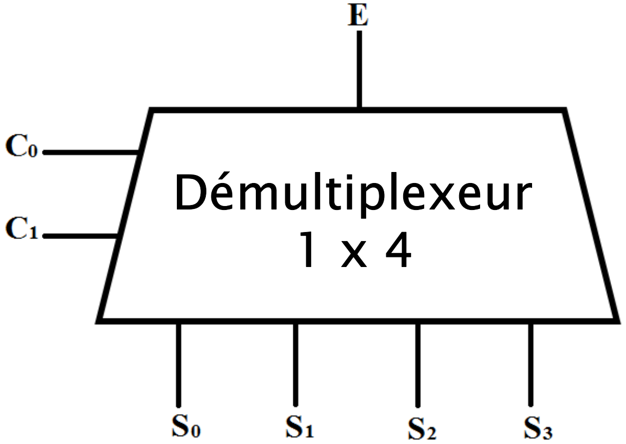


$$S_0 = \overline{C_0} \cdot \overline{C_1} \cdot E$$

$$S_1 = \overline{C_0} \cdot C_1 \cdot E$$

$$S_2 = C_0 \cdot \overline{C_1} \cdot E$$

$$S_3 = C_0 \cdot C_1 \cdot E$$



Quelques Circuits Combinatoires

Exemple : Réaliser la fonction F(a,b,c) = $\bar{a}$b+c à l'aide des DEMUX 1x4, Apres avoir dresser la table de vérité on la devise sur deux, la 1ere partie où a = 0 et la 2eme où a = 1, donc on a 2 DEMUX

a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1