

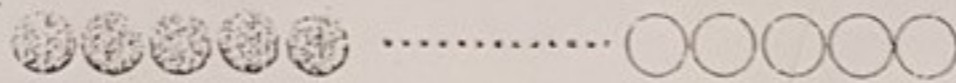
Examen 1<sup>ère</sup> année Master IRC  
Matière : Algorithmique avancée et preuves des programmes

Exercice 1 (6pts)

On dispose en rangée alternée  $N$  boules de deux couleurs différentes (blanche et noir) comme illustré sur la figure ci-dessous.



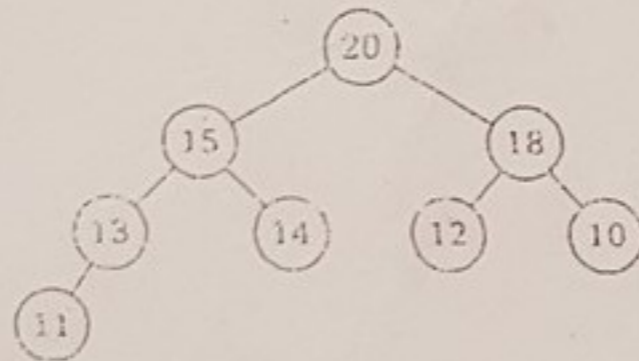
1. Ecrire, en utilisant un seul tableau, un algorithme récursif selon le paradigme "diviser pour régner", qui tri cette rangée suivant la couleur des boules. Le résultat attendu est illustré comme suit : (3 pts).



2. Ecrire, en utilisant un seul tableau, un algorithme itératif qui aboutit au même résultat, et donner sa complexité en terme de nombre d'opérations dans le pire des cas (donner un algorithme de moindre complexité possible). (3 pts).

Exercice 2 (4pts)

On se donne le tas max de la figure ci-dessous. En utilisant les algorithmes vus en cours :



1. Insérer un élément de clé 17 dans ce tas. Répondre en représentant les différents états menant au nouveau tas. (2 pts).

2. En repartant du tas initial, retirer l'élément de clé maximale. Répondre en représentant les différents états menant au nouveau tas. (2 pts).

Exercice 3 (5 pts)

On veut programmer le déroulement d'un nombre  $n$  de cours en mobilisant le moins de classes possibles. Pour chaque cour  $j$  nous disposons de l'heure de début du cour  $s_j$  et de l'heure de sa fin  $f_j$ .

Ecrire un algorithme qui donne le nombre minimum de classes permettant de programmer tous les cours, de manière à ce que deux cours différents ne se déroulent pas en même temps et dans la même classe. Préciser quel type d'algorithme est le votre.

Exercice 4 (5 pts)

Nous avons trois récipients A, B, C, de capacités 10 litres, 7 litres, et 4 litres respectivement. Les récipients B et C sont initialement pleins, alors que le récipient A est vide. Nous avons droit à un seul type d'opération : verser le contenu d'un récipient dans un autre, jusqu'à ce que le récipient source soit vide, ou bien que le récipient destination soit plein.

Nous voulons savoir s'il existe une séquence de versements qui laisse exactement 2 litres dans le récipient B ou C.

1. Modéliser le problème à l'aide d'un graphe (en donner une définition précise), et traduire la recherche d'une solution par une question spécifique au graphe du problème. (3 pts).

2. Quel algorithme appliquer pour résoudre le problème ? *glotsh* (1 pt).

3. Quel algorithme appliquer pour trouver la plus courte séquence de versements qui résolve le problème (justifier) ? *markov* (1 pt).