

Exercice 1 : (5 points)

Soit un problème de taille n , on dispose d'une méthode A le ramenant à un problème analogue de taille $(n-1)$ moyennant des opérations de complexité $O(n)$ et d'une méthode B le ramenant à 2 problèmes de taille $n/2$ moyennant des opérations de complexité $O(n)$. Lequel des algorithmes A et B est le meilleur.

Exercice 2 : (5 points)

Soit I une instance du problème de satisfiabilité à n variables $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ contenant m clauses C_1, C_2, \dots, C_m .

On considère l'ensemble $V = \{(u_j, i) \mid u_j \text{ apparaît dans la clause } C_i, i=1, \dots, m; j=1, \dots, n\}$.

On définit sur V la relation d'équivalence R définie par

$(u_j, i)R(u_{j'}, i')$ si et seulement si $i \neq i'$ et $u_j \neq \bar{u}_{j'}$; $i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$.

Montrer que I est satisfaite si et seulement si il existe une classe d'équivalence contenant m éléments.

Montrer que cette transformation est polynomiale.

Application : On considère l'expression $E = (\bar{u}_1 \vee u_2 \vee u_3) \wedge (u_1 \vee u_3 \vee \bar{u}_4) \wedge (\bar{u}_2 \vee u_3 \vee u_4)$;

Donner les classes d'équivalence de la relation R . E peut-elle être vrai ?

Mêmes questions pour $E' = (u_1 \vee u_2 \vee \bar{u}_3) \wedge (\bar{u}_1 \vee u_2) \wedge (u_3) \wedge (\bar{u}_2 \vee \bar{u}_3)$

Exercice 3 : (5 points)

On considère la suite récurrente (de terme général U_n) définie par :

$$U_0 = 1; U_1 = 0 \text{ et } U_2 = 1$$

$$U_n = 2U_{n-1} + U_{n-2} - 2U_{n-3} \text{ pour tout } n \geq 3$$

Donner une expression E calculant U_n en fonction de n .

Donner le nombre d'opérations nécessaires pour déterminer U_n pour un n donné :

a) En utilisant la formule de récurrence

b) En utilisant l'expression E

Quelle est la manière la plus avantageuse

Exercice 3 : (5 points)

On considère le problème d'affectation suivant (3 ouvriers et 3 tâches):

	T1	T2	T3
O1	16	10	11
O2	11	7	10
O3	10	11	8

- Quelle est la solution donnée par la procédure suivante : affecter O1 à la tâche la moins coûteuse, l'ouvrier O2 à la tâche la moins coûteuse parmi les tâches restantes etc ...
- Quelle est la solution donnée par la procédure suivante : classer les couts dans l'ordre croissant et commencer à affecter les ouvriers dans l'ordre de ces couts.
- Est-ce que l'une des deux procédures ci-dessus a fourni une solution optimale. Justifier.