



ECOLE SUPERIEURE DE BANQUE

المدرسة العليا للمصرفية

Concours d'Accès à l'Ecole Supérieure de Banque

مسابقة الدخول للمدرسة العليا للمصرفية

Diplôme Supérieur des Etudes Bancaires

الشهادة العليا للدراسات المصرفية

سورة 2014 Session

Matière : Mathématique Durée : 3h

المادة : رياضيات المدة : 3 سا

التمرين 1 : 5 نقاط

n عدد طبيعي ، f_n دالة عددية معرفة على $[0; 2[$ كما يلي :

$$f_n(x) = \int_0^x \frac{t^{2n+1}}{\sqrt{4-t^2}} dt$$

1. اصب $f_0(x)$ و نهاية f_0 عند 2

2. باستعمال الكاملة بالتجزئة برهن أن :

$$f_{n+1}(x) = -x^{2n+2}\sqrt{4-x^2} + (2n+2) \int_0^x t^{2n+1}\sqrt{4-t^2} dt$$

$$(2n+3)f_{n+1}(x) = 8(n+1)f_n(x) - x^{2n+2}\sqrt{4-x^2} \quad \text{استنتج أن :}$$

3. باستعمال البرهان بالتراجع برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$\lim_{x \rightarrow 2} f_n(x) = 2 \frac{16^n (n!)^2}{(2n+1)!}$$

نقبل أن $0! = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم :

$$n! = n \cdot (n-1)! \quad \text{و} \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 2 \cdot 1$$

التمرين 2 : 5 نقاط

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n

$$u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 5}{2u_n}$$

$$v_n = \frac{u_n - \sqrt{5}}{u_n + \sqrt{5}} \quad \text{متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي :}$$

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$
2. بين أن : $v_{n+1} = v_n^2$ و استنتج أن : $v_n = (v_0)^{2^n}$
3. بين أن $v_0 = -\frac{1}{(2+\sqrt{5})^2}$ و $|v_0| < \frac{1}{16}$
4. استنتج نهاية كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

التمرين 3 : 10 نقط

m وسيط حقيقي ، f_m دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي

$$f_m(x) = (x^2 + mx + 1)e^{-x}$$

(C_m) بيان الدالة f_m في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$ الوحدة 2cm

1. برهن أن كل المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة A يطلب تعيين إحداثيتها

2. عين حسب قيم m الأوضاع النسبية للمنحنيات (C_m) و (C_1)

3. $(a -$ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي m غير معدوم f_m تقبل قيمتين حديتين عند

$1 - m$ و 1

$(b -$ عدد حقيقي غير معدوم ، بين أن مجموعة النقط $(M(1 - m; f_m(1 - m)))$ هو

منحن يطلب تعيين معادلته

11. نضع $m = 1$

1) عين نهايات f_1 عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f_1 و عين جدول تغيراتها

3) انشيء (C_1) بيان الدالة f_1 في المستوي السابق المنسوب الى نفس المعلم $(0; \vec{i}; \vec{j})$

111. دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = (x + 1)e^{-x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g وانشيء منحناها البياني (C_g) في المستوي السابق المنسوب الى

نفس المعلم $(0; \vec{i}; \vec{j})$

2) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_1) و (C_g) والمستقيمان اللذان

معادلتهما $x = 1$ و $x = -1$