

التمرين 1 : 5 نقاط

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n

$$u_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 + u_n}$$

1. برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq u_n \leq 1$
2. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة
3. عين نهاية المتتالية (u_n)

التمرين 2 : 5 نقاط

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $3y' - 2y = \cos(2x)$

1. أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي
 $g(x) = a \sin(2x) + b \cos(2x)$ حل للمعادلة (E)
2. برهن أن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} حل للمعادلة (E) إذا و فقط إذا كانت $f - g$
- حل للمعادلة (E_0) : $3y' - 2y = 0$
3. حل المعادلة (E_0)
4. استنتج حلول المعادلة (E)

التمرين 3 : 10 نقاط

m عدد حقيقي ، f_m دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي

$$f_m(x) = \frac{x^2-1}{2} - m \ln x$$

(C_m) التمثيل البياني للدالة f_m في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين نهاية f_m عند 0 و عند $+\infty$
2. احسب $f'_m(x)$ حيث f'_m الدالة المشتقة للدالة f_m
3. عين حسب قيم m إشارة $f'_m(x)$ و استنتج جدول تغيرات الدالة f_m
4. نعتبر النقطة $M_0(x_0; y_0)$ حيث $x_0 > 0$ و $x_0 \neq 1$ برهن أنه يوجد منحن وحيد (C_m) يشمل النقطة M_0
5. برهن أنه توجد نقطة وحيدة A تشمل كل المنحنيات (C_m)
6. في المستوي السابق المنسوب إلى نفس المعلم $(0; \vec{i}; \vec{j})$ أنشئ المنحنيات (C_0) و (C_4) و (C_{-1})
7. عين مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنين (C_0) و (C_4) و المستقيمان اللذان معادلتها $x = 1$ و $x = 2$