

التمرين الأول : (07ن)

(U_n) متتالية عددية معرفة بعلاقة تراجعية كما يلي : $U_0 = -\frac{1}{2}$ و من كل عدد طبيعي n لدينا : $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 2$

A. 1- أرسم في معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم $y = x$ (Δ) و المنحنى (d)

الممثل للدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$

2- باستعمال الرسم السابق ، مثل على محور الفواصل و بدون حساب الحدود :

U_0, U_1, U_2, U_3 و U_4 .

3- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

B. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_n - 8$.

1- برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_0 .

2- أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n . هل (V_n) متقاربة ؟

3- استنتج عبارة الحد العام U_n بدلالة n ثم أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} U_n$.

4- أحسب بدلالة n الفرق : $U_{n+1} - U_n$ و استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

5- أوجد بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

6- استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

التمرين الثاني : (06ن)

f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = -x + \frac{1}{1+e^x}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1- أحسب النهايات .

2- أحسب $f'(x)$ و عين اشارتها .

3- أنشئ جدول التغيرات الدالة f .

4- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

بجوار $-\infty$ و أن (Δ') ذو المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

5- بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ و تحقق من أن :

$$e^\alpha = \frac{1}{\alpha} - 1$$

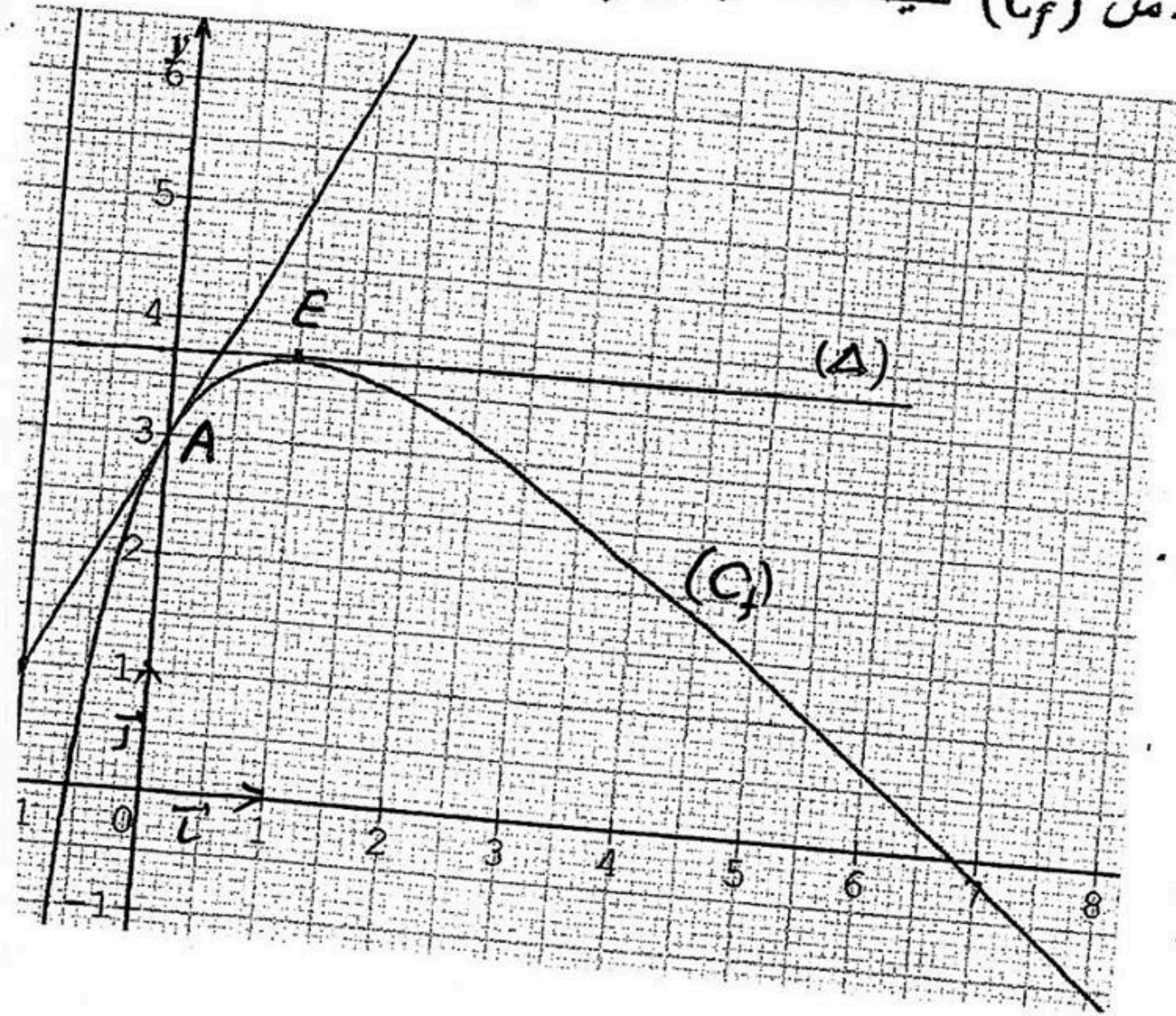
6- أنشئ (C) و المستقيمات المقاربة .

7- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة طول المعادلة $f(x) = x + m$

التمرين الثالث : (07ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (\vec{i}, \vec{j}) و f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $]-1; +\infty[$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني .

نقط من (C_f) حيث المستقيمان (AB) و (Δ) مماسين للمنحنى (C_f) عند النقطتان A و E على الترتيب كما في الشكل .



A. معتمدا على المعلومات السابقة أوجد :

① - معادلة للمستقيم (AB)

و احسب $f'(1)$ ، $f(1)$ ، $f'(0)$ ، $f(0)$

② - ماهو عدد طول المعادلة $f(x) = 1$ ؟

③ - انشى جدول تغيرات الدالة f .

B. نقبل أن الدالة f معرفة على $]-1; +\infty[$

بالشكل : $f(x) = ax + 5 + \frac{b}{x+1} + \ln(x+1)$

حيث : b, a عدادان حقيقيان يطلب تعيينهما معتمدا على المعطيات السابقة .

C. نقبل أن الدالة f معرفة على $]-1; +\infty[$ بالشكل : $f(x) = \frac{-x^2+4x+3}{x+1} + \ln(x+1)$

① - احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .

② - بين أن $f'(x) = \frac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$ و ادرس اشارتها .

هل النتيجة متلائمة مع السؤال ③ من الجزء ال 1 ؟