

الامتحان الاستدراكي في مقياس " جبر 1 "

التمرين 1: (مبادئ في المنطق) - من 3 نقط -

(1) بين باستعمال جدول الحقيقة أن القضية الآتية صحيحة مهما كانت القضيتان p و q :

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

(2) x و y عدنان حقيقيان . باستعمال توزيع \wedge على \vee حل الجملة :

$$\begin{cases} x(y-1)=0 \\ (x-1)(y-2)=0 \end{cases}$$

التمرين 2: (المجموعات) - من 2 نقط -

A و B مجموعتان جزئيتان من مجموعة E . نرسم \bar{A} الى C_E^A .

باستعمال خواص \cup و \cap بين أن : $(\bar{A} \cap B) \cup (\overline{A \cup B}) \cup (A \cap B) = \bar{A} \cup B$

التمرين 3: (البنى الجبرية) - من 4 نقط -

1. عرف بجدول فيثاغورس عملية داخلية $*$ في المجموعة $A = \{0;1;2;3\}$ تحقق الشرطين التاليين :

- * تقبل عنصرا حيايدا هو 2 .
- العنصر 0 يقبل عنصرين نظيرين هما 1 و 3 .

(b) احسب $3 * (1 * 0)$ ثم $1 * (0 * 3)$. هل $(*)$ زمرة ؟

2. بين في حالة عامة أنه اذا قبلت العملية $*$ عنصرا حيايدا في مجموعة G و كانت $*$ تجميعية فان لكل

عنصر من G نظيرا على الأكثر .

التمرين 4 : (تفكيك الكسور) - من 2 نقط -

$$\frac{x-2}{(x-1)(x^2+1)} : \text{فكك الكسر الموالي إلى عناصر بسيطة}$$

التمرين 5 : (التطبيقات الخطية) - من 3 نقط -

$\mathbb{R}_2[x]$ هو فضاء كثيرات الحدود ذات درجة أقل من أو تساوي 2.

نعتبر التطبيق $f : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$

$$ax^2 + bx + c \mapsto (a+b)x$$

1. بين أن التطبيق f خطي.

2. حدد $\dim \text{Im} f$ واستنتج $\dim \ker f$

3. عين أساساً لـ $\ker f$

التمرين 6 : (المصفوفات) - من 6 نقط -

(S) هي جملة المعادلتين ذات المجهولين الحقيقيين x و y التالية

$$(S) : \begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

1. a. أكتب (S) على الشكل المصفوفي $AX = b$

b. أحسب المحدد $\det A$

c. نعرف أثر A بمجموع عناصر قطر A و نرمز له $\text{tr}(A)$.

$$\text{(أي في حالة } A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}} \text{ فإن } \text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$$

-- أحسب $\text{tr}(A)$

d. أحسب A^2

e. تحقق أن : $A^2 - [\text{tr}(A)]A + (\det A)I = 0$ حيث $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

f. استنتج A^{-1}

g. حل الجملة (S) باستعمال A^{-1} .

2. حل الجملة (S) باستعمال طريقة كرامر.