

التمرين الأول:

تعطى المعادلات الزمنية لمتحرك نقطي M في الإحداثيات الكارتيزية لمرجع \mathcal{R} بالعلاقات التالية:

$$X(t) = A (\omega t - \sin \omega t)$$

$$Y(t) = A (1 - \cos \omega t)$$

حيث t هو الزمن و A و ω ثابتان موجبان.

- 1- جد مركبتي السرعة $\vec{V}(M/\mathcal{R})$ للمتحرك M بالنسبة للمرجع \mathcal{R} ثم استنتج شدتها $V(t)$.
- 2- استنتج عبارة الفاصلة المنحنية $s(t)$ بدلالة الزمن من أجل $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$ علما أن: $s(t=0) = 0$.
- 3- جد المركبتين الكارتيزيتين للتسارع $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ للمتحرك M بالنسبة للمرجع \mathcal{R} ثم استنتج شدته $a(t)$.
- 4- جد عبارتي المركبتين المماسية a_T و النازمية a_N للتسارع $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ ثم استنتج عبارة نصف قطر انحناء المسار R_C .

التمرين الثاني:

نعتبر قضيبا OO' طويلا و نحيفا طوله $(OO'=L)$ مثبتا عند طرفه O و يدور بسرعة زاوية ثابتة في المستوي الأفقي (XOY) لمرجع غاليلي $\mathcal{R}(O, XYZ)$. عند النهاية الحرة O' لهذا القضيب، يثبت منتصف قضيب ثان طوله $(AM = 2\ell < L)$. انظر الشكل. يدور القضيب الثاني بسرعة زاوية ثابتة في المستوي $(X'O'Y')$ لمرجع $\mathcal{R}'(O', X'Y'Z')$ مرتبط بالقضيب الأول (المستويان (XOY) و $(X'O'Y')$ متوازيان). نود دراسة حركة النقطة M بالنسبة للمرجع \mathcal{R} .

سؤال تمهيدي: أكتب مركبات شعاعي الأساس الكارتيزي (\vec{e}'_X, \vec{e}'_Y) للمرجع \mathcal{R}' في الأساس الكارتيزي (\vec{e}_X, \vec{e}_Y) للمرجع \mathcal{R} ثم استنتج عبارتي $(d^{\mathcal{R}} \vec{e}'_X / dt)$ و $(d^{\mathcal{R}} \vec{e}'_Y / dt)$ في المرجع \mathcal{R}' .

1- استعمال الطريقة المباشرة:

1.1- جد عبارة شعاع الموضع \vec{OM} في الأساس (\vec{e}_X, \vec{e}_Y) للمرجع \mathcal{R} .

2.1- استنتج مركبتي السرعة $\vec{V}(M/\mathcal{R})$ للمتحرك M بالنسبة للمرجع \mathcal{R} و ذلك في الأساس (\vec{e}_X, \vec{e}_Y) للمرجع \mathcal{R} .

3.1- استنتج مركبتي التسارع $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ للمتحرك M بالنسبة للمرجع \mathcal{R} و ذلك في الأساس (\vec{e}_X, \vec{e}_Y) للمرجع \mathcal{R} .

2- استعمال قانوني تحويل السرعة و التسارع:

1.2- أكتب قانون التحويل الذي يربط بين السرعتين $\vec{V}(M/\mathcal{R})$ و $\vec{V}(M/\mathcal{R}')$ للنقطة M بالنسبة للمرجعين \mathcal{R} و \mathcal{R}' .

موضحا معنى كل المقادير.

2.2- أكتب عبارة شعاع الموضع $\vec{O'M}$ في \mathcal{R}' ثم استنتج عبارة السرعة $\vec{V}(M/\mathcal{R}')$ للنقطة M بالنسبة للمرجع \mathcal{R}' و ذلك في الأساس (\vec{e}'_x, \vec{e}'_y) للمرجع \mathcal{R}' .

3.2- جد مركبتي سرعة الجر $\vec{V}_e(M)$ في الأساس (\vec{e}'_x, \vec{e}'_y) ثم استنتج مركبتي السرعة $\vec{V}(M/\mathcal{R})$ للنقطة M بالنسبة للمرجع \mathcal{R} و ذلك في الأساس (\vec{e}'_x, \vec{e}'_y) للمرجع \mathcal{R}' . جد من جديد مركبتي السرعة $\vec{V}(M/\mathcal{R})$ في الأساس (\vec{e}_x, \vec{e}_y) للمرجع \mathcal{R} ثم قارن النتيجة مع تلك المحصل عليها في السؤال (2.1).

4.2- أكتب قانون التحويل الذي يربط بين التسارعين $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ و $\vec{a}(M/\mathcal{R}')$ للنقطة M بالنسبة للمرجعين \mathcal{R} و \mathcal{R}' موضحا معنى كل المقادير.

5.2- جد مركبتي التسارع $\vec{a}(M/\mathcal{R}')$ للنقطة M بالنسبة للمرجع \mathcal{R}' .

6.2- جد مركبات تسارع الجر $\vec{a}_e(M)$ و تسارع Coriolis $[\vec{a}_C(M)]$ و ذلك في الأساس (\vec{e}'_x, \vec{e}'_y) للمرجع \mathcal{R}' ثم استنتج مركبتي التسارع $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ للنقطة M بالنسبة للمرجع \mathcal{R} و ذلك في الأساس (\vec{e}'_x, \vec{e}'_y) للمرجع \mathcal{R}' .

7.2- جد من جديد مركبتي التسارع $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ في الأساس (\vec{e}_x, \vec{e}_y) للمرجع \mathcal{R} ثم قارن النتيجة مع تلك المحصل عليها في السؤال (3.1).

