

المدرسة العليا لأساتذة التعليم التكنولوجي سكيكدة

الإختبار الأول في مقياس الجبر الخطي

السنة الدراسية 2017/2016

مدة الإختبار 2 ساعات

التمرين الأول:

لتكن $\mathbb{P}_2[x]$ فضاء كثيرات الحدود ذات الدرجة أقل أو تساوي 2 بمعاملات حقيقية و ليكن التطبيق f المعروف كما يلي

$$f : \mathbb{P}_2[x] \mapsto \mathbb{P}_2[x]$$

حيث من أجل كل $P \in \mathbb{P}_2[x]$ فإن:

$$f(P)(x) = (x+1)^2 P''(x) + (x+1)P'(x)$$

1. بين أن f خطي

2. عين كلاً من $\ker(f)$ و $\text{Im}(f)$ ثم أحسب بعدهما

3. بين أن $\ker(f) \oplus \text{Im}(f) = \mathbb{P}_2[x]$

التمرين الثاني:

ليكن E, F فضاءين شعاعيين على نفس الحقل \mathbb{K} و ليكن f تطبيق خطي من E في F ولتكن $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ أشعة كيفية من E بين ما يلي

1. $\{0_E\}$ فضاء شعاعي جزئي من E

2. إذا كانت الأشعة $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ مستقلة خطياً و f متباين فإن الأشعة $\{f(v_1), f(v_2), \dots, f(v_n)\}$ مستقلة خطياً في F

3. إذا كانت الأشعة $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ مولدة ل E و f غامر فإن الأشعة $\{f(v_1), f(v_2), \dots, f(v_n)\}$ مولدة ل F

4. إسنتج أنه إذا كانت الأشعة $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ تشكل أساس ل E و f تقابلي فإن الأشعة $\{f(v_1), f(v_2), \dots, f(v_n)\}$ تشكل أساس ل F

التمرين الثالث:

ليكن $\mathbb{P}_2[x]$ فضاء كثيرات الحدود ذات الدرجة أقل أو تساوي 2 بمعاملات حقيقية ولتكن $\{(1+x), (1-x), (x^2+x)\}$ أشعة من $\mathbb{P}_2[x]$

1. بين أن الأشعة $\{(1+x), (1-x), (x^2+x)\}$ تشكل أساس ل $\mathbb{P}_2[x]$

2. أوجد الأساس الثنوي المرافق للأساس $\{(1+x), (1-x), (x^2+x)\}$

بالتوفيق لجميع
أستاذ: المقياس