FACULTE DE MEDECINE D'ORAN
SERVICE DE BIOSTATISTIQUE

INTRODUTION AUX CALCULS DES PROBABILITES

Exemple (1) :

On jette une pièce de monnaie 10 fois, 50 fois ; 100 fois, 200 fois, 500 fois, 1000 fois, 5000 fois.

Nbre de jets	10	50	100	200	500	1000	5000
Nbre de piles	3	27	45	95	260	491	2504
Fréq. relative	0.3	0.54	0.45	0.47	0.52	0.491	0.50

Convergence en probabilité

Si l'on répète N fois une expérience dans laquelle la probabilité d'apparition d'un évènement A est P, la fréquence de cet évènement au cours des N expériences, n/N tend vers P lorsque N tend vers l'infini

$N \to \infty \Rightarrow n/N \to P$

$f(x_i) \to p(x_i)$ quand $n \to \infty$

$\boxed{f(x_i) \to P(x_i) \text{ quand } n \to \infty}$

II- : Notions d'épreuves- évènements- probabilité :

II. a *Épreuve ou expérience* : Est un ensemble de conditions précises caractérisant un processus à la suite duquel l'évènement est réalisé ou non.

II. b *Événement* : Éventualité qui peut ou non se réaliser durant une épreuve.

1- évènement élémentaire : ne peut –être décomposé
2- évènement composé : peut- être obtenu par une combinaison d'événements élémentaires.

Exemple : Lorsqu'on jette un dé de six faces :
A - " Avoir le chiffre 6 " est un événement élémentaire
b- " Avoir un chiffre pair " est un évènement composé de trois évènements élémentaires : Avoir le chiffre 2" " le chiffre 4 " et le chiffre 6

II. c *La probabilité*

Quand une épreuve peut avoir résultat un ensemble de N cas et que n de ces cas son favorables à un évènement A alors la probabilité que A se réalise

$$P = \frac{\text{Nombre de cas favorable}}{\text{Nombre de cas possible}}$$

$P(A) = n / N$ Comme

$0 \leq n \leq N$ en divisant par N

$0 \leq n / N \leq 1$

$\mathbf{0 \leq P(A) \leq 1}$

Exemple (1) :

Quelle est la probabilité d'avoir pile en lançant une pièce de monnaie bien équilibrée ?

a- Épreuve ou expérience aléatoire : " Jeter une pièce de monnaie équilibrée "

b- Évènement (A) : " Obtenir pile "

c- Calcul de la probabilité $P(A) = n / N = 1/2 = 0.5$

Exemple (2) :

Une urne contient une boule blanche (1B) et une boule noire (1N).

On fait 2 tirages avec remise .Quelle est la probabilité d'avoir 2 Noires ?

On a $E = \{(N, N); (B, B); (B, N); (N, B)\}$

Événement A: " avoir 2 Noires " : $\{(N, N)\}$

$P(A) = n/N = 1/4$

III-: Évènement : Contraire – Impossibilité – Certitude

III- a : *Évènement contraire* :

Si A est un événement quelconque, alors $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

III- b : *Évènement impossible* :

Si le nombre de cas favorables de l'évènement A est nul.

$P(A) = 0 / N = 0$

A est un évènement impossible.

Aucune chance pour que la maladie M soit présente

III- c : *Évènement certain* :

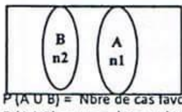
Si le nombre de cas favorables de l'évènement A est non nul (n =N)

$P(A) = N / N = 1$

A est un évènement certain.

La maladie M est présente

IV :Théorème des probabilités totales :



Soient A est B deux évènement dont le nombre de cas favorable sont respectivement n_1 et n_2. Cherchons la probabilité de l'évènement " A ou B " Noté A U B.

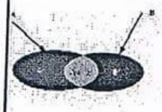
P (A U B) = Nbre de cas favorables à " A ou B " / Nbre de cas possibles

$P(A \cup B) = n_1 + n_2 / N = n_1/N + n_2/N = P(A) + P(B)$.

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B).}$$

On peut généraliser ce résultat pour plusieurs évènements s'excluant mutuellement (Incompatibles). Soient les événements : A1, A2, A3,..................An 2 à 2 incompatibles

$$\boxed{P(A_1 \cup A_2 \cup A_3, \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)}$$



Étant donné deux événement A et B (ils peuvent se réaliser en même temps). Donc l'évènement " A et B " peut se produire.

N : nombre de cas possibles.

n1 : nombre de cas favorables à A .

n2 : nombre de cas favorables à B

n3 : nombre de cas favorables à A et B

La probabilité d'avoir " A et B" notée $P(A \cap B)$; donc **$P(A \cap B) = n3 / N$**

Cherchons la probabilité de " A ou B"

$P(A \cup B) = n1 + n2 - n3 / N = n1/N + n2/N - n3/N = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

Si on a 3 évènements quelconques :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(A \cap B)-P(A \cap C)-P(B \cap C)\cancel{+}P(A \cap B \cap C)$$

−

<u>Exemple :</u>

On lance un dé à 6 faces bien équilibré, on considère l'événement A « le résultat est pair » et l'événement B « le résultat est un multiple de trois ».

On a alors :

$A = \{2, 4, 6\}$ et $B = \{3,6\}$ donc $\{A \cup B\} = \{2, 3, 4,6\}$ et $\{A \cap B\} = \{6\}$

Avec $P(A) = 3/6$ $P(B) = 2/6$ $P(A \cup B) = 4/6$ $P(A \cap B) = 1/6$

On vérifie alors que :

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 3/6 + 2/6 - 1/6 = 4/6$