

---

# Intervalle de confiance d'une moyenne

D<sup>r</sup> : RAIAH. M

Service de Biostatistique, Faculté de Médecine d'Oran

---

# I- Introduction (1/2)

On s'intéresse à la valeur moyenne  $\mu$  d'un caractère quantitatif  $x$  dans une population donnée.

Au lieu de rechercher la valeur exacte de  $\mu$  par l'examen de tous les sujets, on se propose de tirer au sort un échantillon de  $n$  sujets dans la population et, à partir de la moyenne  $\bar{X}$  observée, d'induire les renseignements sur  $\mu$ , en consentant à l'avance un certain risque d'erreur.

---

---

# I- Introduction (2/2)

Le but de la démarche est de tenter d'estimer la valeur de la moyenne inconnue de la population à partir d'une observation sur un seul échantillon.

Il faut donc estimer un intervalle dans lequel la moyenne inconnue  $\mu$  a la plus grande probabilité de se trouver.

---

---

## II-Intervalle de confiance d'une moyenne

### Cas d'un grand échantillon : $n \geq 30$ (1/3)

l'observation d'une moyenne  $\bar{X}$  sur un échantillon de  $n$  personnes permet de calculer une moyenne inconnue située dans l'intervalle défini par (avec 5 % de risque d'erreur ou 95 % de certitude ou de confiance) :

---

## II-Intervalle de confiance d'une moyenne

### Cas d'un grand échantillon : $n \geq 30$ (2/3)

$$\bar{X} - \frac{1,96 \times S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + \frac{1,96 \times S}{\sqrt{n}}$$

**Ou bien**

$$\mu = \bar{X} \pm \frac{1,96 \times S}{\sqrt{n}}$$

### **Notations :**

$\mu$  : la moyenne inconnue de la population

$\bar{X}$  : la moyenne calculée sur l'échantillon

$S$  : l'écart type de l'échantillon

$n$  : la taille de l'échantillon

---

## II-Intervalle de confiance d'une moyenne

### Cas d'un grand échantillon : $n \geq 30$ (3/3)

#### Condition d'application :

1. Le calcul de l'intervalle de confiance par ces formules nécessite que la taille de l'échantillon soit supérieure ou égale à 30.
  2. Si tel n'est pas le cas, le terme 1,96 devrait être remplacé par une valeur choisie dans la table T de student.
-

---

## III-Intervalle de confiance d'une moyenne

### Cas d'un petit échantillon : $n < 30$ (1/2)

l'observation d'une moyenne  $\bar{X}$  sur un petit échantillon de  $n$  personnes permet de calculer une moyenne inconnue située dans l'intervalle défini par (avec 5 % de risque d'erreur ou 95 % de certitude ou de confiance) :

---

# III-Intervalle de confiance d'une moyenne

## Cas d'un petit échantillon : $n < 30$ (2/2)

$$\bar{X} - \frac{t \times S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + \frac{t \times S}{\sqrt{n}}$$

**Ou bien**

$$\mu = \bar{X} \pm \frac{t \times S}{\sqrt{n}}$$

### **Notations :**

$\mu$  : la moyenne inconnue de la population

$\bar{X}$  : la moyenne calculée sur l'échantillon

S : l'écart type de l'échantillon

n : la taille de l'échantillon

---

t : la valeur donnée par la table de T de student pour le nombre de degrés de liberté (n-1) et le risque 5 %.



## IV- Signification de l'intervalle de confiance d'une moyenne.

L'intervalle de confiance à 95 % d'une moyenne  $\mu$  nous indique les bornes entre lesquelles on estime sa position.

On connaît pas avec exactitude sa vraie valeur, mais on peut dire qu'elle a 95 chance sur 100 d'être comprise dans cet intervalle.

On peut dire en complément qu'il y a quand même 5 chance sur 100 pour que  $\mu$  soit à l'extérieur de cet intervalle.

---

## V- Exemple 1

Lors d'une enquête sur la durée de sommeil des enfants de 2 à 3 ans effectuée sur un échantillon de 540 enfants d'un département français, on a trouvé une moyenne du temps de sommeil par nuit de 11,7 heures. L'écart type est de 1,3 heures.

On veut connaître la moyenne générale du temps de sommeil chez tous les enfants du département.

---

# V- Solution exemple 1

Avec :

- $n = 540$
- $\bar{X} = 11,7$  heures
- $S = 1,3$  heures

L'intervalle de confiance à 95 % est de :

$$11,7 \pm \frac{1,96 \times 1,3}{\sqrt{540}} = 11,7 \pm 0,11 \text{ heures}$$

La moyenne du temps de sommeil est donc comprise entre 11,6 et 11,8 heures.

## VI- Exemple 2

On veut connaître la moyenne de la pression artérielle diastolique chez les sujets atteints de drépanocytose (maladie sanguine).

On dispose d'un échantillon de 25 sujets drépanocytaires, où :


$$\bar{X} = 61,8 \text{ mmHg}$$

$$S = 2,2 \text{ mmHg}$$

Quel est l'intervalle de confiance à 95% ?

## VI- Solution exemple 2

Avec :

- $n = 25$   d.d.l. =  $25 - 1 = 24$
- $\bar{X} = 61,8$  mmHg
- $S = 2,2$  mmHg

Pour degrés de liberté (d.d.l.) = 24, et pour le risque 5 %,  $t = 2,064$ .

L'intervalle de confiance à 95 % est de :

$$61,8 \pm \frac{2,064 \times 2,2}{\sqrt{25}} = 61,8 \pm 0,9 \text{ mmHg}$$

La moyenne de la pression artérielle diastolique est donc comprise entre 60,9 et 62,7 mmHg.

d.d.l. \ $\alpha$	0.90	0.50	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.158	1.000	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	636.6
2	0.142	0.816	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.60
3	0.137	0.765	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.92
4	0.134	0.741	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.132	0.727	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.131	0.718	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.130	0.711	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.130	0.706	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.129	0.703	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.129	0.700	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.129	0.697	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.128	0.695	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.128	0.694	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.128	0.692	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.128	0.691	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.128	0.690	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.128	0.689	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.127	0.688	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.127	0.688	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.127	0.687	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.127	0.686	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.127	0.686	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.127	0.685	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	0.127	0.685	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.127	0.684	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.127	0.684	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.127	0.684	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.127	0.683	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.127	0.683	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.127	0.683	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
$\infty$	0.126	0.674	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

**Exemple :** avec d.d.l. = 10 et pour le risque  $\alpha = 5\%$ ,  $t = 2,228$