

## ANALYSE COMBINATOIRE

### Définition

C'est un ensemble de méthodes et de techniques qui consistent à choisir, énumérer des objets, à dénombrer les différentes manières de classement, de groupement des éléments dans un ou plusieurs ensembles. Cette partie des mathématiques est appelée également « dénombrement ».

Elle est largement utilisée en probabilité et en statistique en particulier dans le dénombrement des cas favorables et les cas possibles du rapport classique d'une probabilité

On distingue trois types de dénombrement : les permutations, les combinaisons et les arrangements.

### 1- LES PERMUTATIONS

#### Définition

C'est le nombre de manières de classer n éléments d'un ensemble. Ce nombre est noté n ! « lire n factoriel ». Il est donné par le produit des entiers positifs de 1 à n, soit :

$$n ! = n.(n-1).(n-2).(n-3).(n-4).....2.1$$

Par convention  $0 ! = 1$ .

On entend par permutation de n éléments d'un ensemble, tout groupe ordonné de ces n éléments.

Deux permutations ne sont différentes que par l'ordre de leurs éléments (1,2,3 ou 2,1,3 ou 3,2,1, ....)

#### Exemple 1

De combien de manières peut-on classer 4 livres dans une étagère ?

**Réponse :**

$$4 ! = 4.3.2.1 = 24$$

Donc il y a 24 manières de classer 4 livres dans une étagère.

#### Exemple 2

De combien de manières peut-on classer les 3 lettres ABC ?

**Réponse :**

$$3 ! = 3.2.1 = 6 \text{ manières.}$$

Ces manières sont : ABC BAC ACB CBA CAB BCA.

## 2- LES COMBINAISONS

### Définition

C'est le nombre de manières de choisir un groupe de P éléments dans un ensemble de n éléments sans prendre en considération l'ordre de ces éléments. Ce nombre est donné par :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Avec  $n \geq p$

Deux combinaisons distinctes de n éléments pris p à p ne diffèrent que par la nature de leurs éléments. 1,2 ou 2,1 est la même chose

### Exemple 1

De combien de manières peut-on choisir un lot de 3 antibiotiques parmi 8 ?

*Réponse :*

Ce nombre est donné par

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!}$$

Donc le nombre de manières de choisir 3 antibiotiques parmi 8 est égal à **112**.

### Exemple 2

De combien de manières peut-on choisir 2 lettres parmi les 5 ABCDE ?

*Réponse*

Ce nombre est donné par

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

Donc le nombre de manières de choisir 2 lettres antibiotiques parmi les 5 ABCDE est égal à **10**.

Ces manières sont : AB AC AD AE BC BD BE CD CE DE .

## 3- LES ARRANGEMENTS

### Définition

C'est le nombre de manières de choisir un groupe de P éléments dans un ensemble de n éléments en prenant en considération l'ordre de ces éléments. Ce nombre est donné par :

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Avec  $n \geq p$

Deux arrangements distincts de n éléments pris p à p diffèrent par la nature et l'ordre de leurs éléments.

**Exemple 1**

De combien de manières peut-on choisir un lot de 3 antibiotiques parmi 8 en prenant en considération l'ordre ?

**Réponse**

Ce nombre est donné par

$$A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!}$$

Donc le nombre de manières de choisir 3 antibiotiques parmi 8, en considérant l'ordre, est égal à **336**.

**Exemple2**

De combien de manières peut-on choisir 2 lettres parmi les 5 ABCDE en prenant en considération l'ordre ?

**Réponse**

Ce nombre est donné par

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!}$$

Donc le nombre de manières de choisir 2 lettres antibiotiques parmi les 5 ABCDE est égal à **20**.

Ces manières sont : AB AC AD AE BC BD BE CD CE DE  
BA CA DA EA CB DB EB DC EC ED