

Examen de Méthodes Numériques Appliquées I – Master M1EN

N.B : *Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.*

Exercice N° 1: (7 points) Soit l'équation de la chaleur 1D définie par:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = \alpha \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = \beta \quad T(x, 0) = \gamma$$

En considérant le schéma implicite d'Euler et en discrétisant les (C.L) par des schémas centrés, déterminer la forme matricielle de ce problème.

Exercice N° 2: (6 points) En utilisant la méthode de séparation de variables, déterminer la solution du problème suivant :

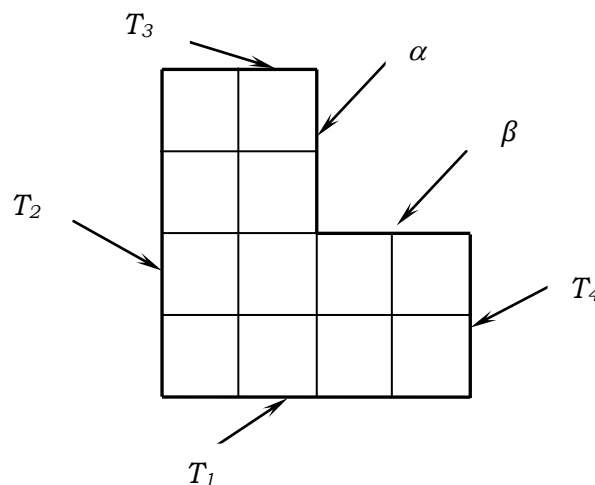
$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{et} \quad t > 0$$

$$T(0, t) = 0 \quad , \quad T(1, t) = 0 \quad , \quad T(x, 0) = 1/4$$

Exercice N° 3: (7 points) Obtenir la forme matricielle pour l'équation de Laplace appliquée à la plaque ci-dessous en utilisant le schéma à 5 points et en discrétisant les conditions aux limites de Neumann par des schémas décentrés d'ordre 1.

On donne : $T_1 = 100^\circ\text{C}$, $T_2 = 20^\circ\text{C}$, $T_3 = 10^\circ\text{C}$, $T_4 = 40^\circ\text{C}$

$$\alpha = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_d = 10 \text{ }^\circ\text{C/cm} \quad , \quad \beta = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_h = 10 \text{ }^\circ\text{C/cm} \quad , \quad \Delta x = 2 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \Delta y = 1 \text{ cm}$$



Bonne chance