LMD ST2 — **Contrôle de la MDF** — Constantine, Le 31/05/08

Génie des Procédés-Génie Mécanique-Génie Civil — **(1H 30mn)**

Exercice1 :

Un orifice circulaire* dans une des parois verticales d'un réservoir est fermé par une vanne de diamètre D=1.25m, laquelle peut tourner autour d'un axe situé à son centre, figure 1. Le réservoir est rempli d'un liquide de densité d=0.8.

a- Calculer la force hydrostatique sur la vanne,

b- Calculer le moment nécessaire pour maintenir la vanne fermée (position verticale).

On donne : H = 2.5m

$$I_{xcg} = \frac{\pi D^4}{64}$$

* ثقب دائري

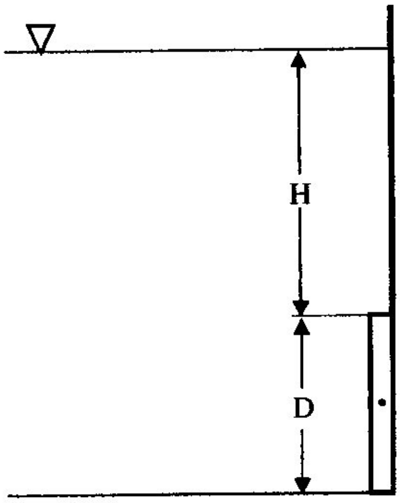

Figure 1

Exercice2 :

De l'eau s'écoule à travers la conduite verticale représentée dans la figure 2. Le débit d'écoulement est de 314.16 l/s. On considère que l'eau est un fluide parfait.

a- Trouver la différence de pression $p_2 - p_1$

b- Si on utilise un manomètre différentiel à mercure pour mesurer $p_2 - p_1$ que sera la valeur de la dénivellation h ?

c- La conduite de diamètre D_2 se ramifie en deux conduites* de diamètres D_3 et D_4. Sachant que les débits à travers ces deux conduites Q_3 et Q_4 sont égaux et que D_3=10cm, calculer D_4 et V_3

On donne: D_1=20cm, D_2=40cm, V_4=15m/s, $d_{mercure}$=13.6

* تتفرع إلى مسلكين

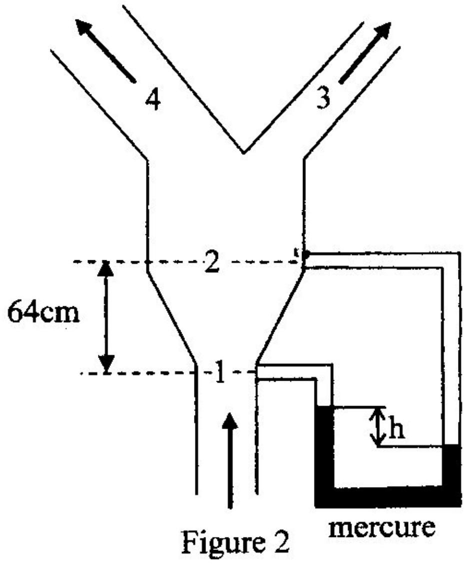

Figure 2

Exercice3 :

On pompe de l'eau de viscosité dynamique $\mu=10^{-3}$kg/ms jusqu'au réservoir C par 1km de conduite de section carré de côté a=40cm et de rugosité ε=2mm, munie* de deux coudes identiques*, voir figure3. La pression effective* en A est 1kPa quand le débit est de 160 l/s.

a- Calculer la perte de charge linéaire dans la conduite.

b- Si on utilise une pompe de puissance P=54kW, calculer la pression effective* au point B.

c- Quelle est la valeur du coefficient de perte de charge singulière des coudes, k ?

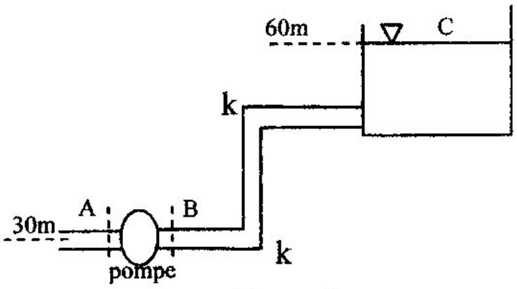

Figure 3

On donne g=10m/s^2. La formule de Colebrook : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2Log_{10}\left[\frac{\varepsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{R_e\sqrt{\lambda}}\right]$

* مزود
* متماثلين
* effective ≡ relative.

LMD ST2		Constantine, Le
Génie des Procédés-Génie Mécanique-	**Corrigé du contrôle de la**	31/05/08
Génie Civil	**MDF**	

Chargé de module A.BENHACINE ép NEMOUCHI

Exercice1(4 pts) :

a- calculer la force hydrostatique sur la vanne F :

$$\boxed{\begin{aligned} F &= p_{cg} S = (\rho g H_{cg})\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \\ F &= (d\rho_e g H_{cg})\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \end{aligned}}$$ 0.5

$$H_{cg} = H + \frac{D}{2} = 2.5 + \frac{1.25}{2}$$ 0.5

$$H_{cg} = 3.125m$$

$$F = (0.8 \times 1000 \times 9.81 \times 3.125)\left(\pi \frac{1.25^2}{4}\right)$$

$\boxed{F = 30096{,}70N}$ 0.5

g- Calculer le moment nécessaire pour maintenir la vanne fermée :

Dans ce cas il faut appliquer un moment M égal et opposé au moment du à la force hydrostatique F, donc :

$M = F\,\overline{o_1cp}$ 0.5

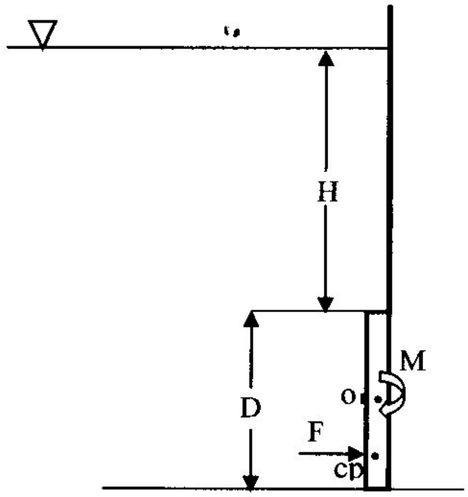

Figure 1

- Calculer le bras de levier $\overline{o_1cp}$

$$\overline{o_1cp} = y_{cp} - y_{cg}$$

Nous savons que $y_{cp} = y_{cg} + \dfrac{I_{xcg}}{y_{cg} A}$ où : 0.5

$$I_{xcg} = \pi \frac{D^4}{64}$$

$$A = \pi \frac{D^2}{4}$$

$$y_{cg} = H_{cg} = 3.125m$$

En remplaçant les expression de I_{xcg} et A on trouve :

$$y_{cp} - y_{cg} = \frac{D^2}{16 y_{cg}}$$

$$\overline{o_1cp} = y_{cp} - y_{cg} = \frac{1.25^2}{16 \times 3.125}$$ 0.5

$\overline{o_1cp} = 0{,}03125\text{m}$ 0.5

$M = 30096.70 \times 0.03125$

$\boxed{M = 940{,}521875\text{Nm}}$ 0.5

Exercice 2(6 pts) :

a- Trouver la différence de pression $p_2 - p_1$:

En appliquant l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 et en considérant que l'eau est un fluide parfait on trouve :

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$\boxed{p_2 - p_1 = \rho \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \rho g(z_1 - z_2)} \qquad (1) \qquad 0.5$$

De l'équation de continuité :

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \qquad 0.5$$

$$V_2 = V_1 \frac{D_1^2}{D_2^2} \qquad (2) \qquad 0.5$$

(2) dans (1) donne :

$$\boxed{p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} V_1^2 \left(1 - \frac{D_1^4}{D_2^4}\right) + \rho g(z_1 - z_2)} \qquad (3)$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{4Q}{\pi D_1^2} \qquad 0.5$$

$$V_1 = \frac{4 \times 314.16 \times 10^{-3}}{\pi \times 0.2^2} = 10 m/s$$

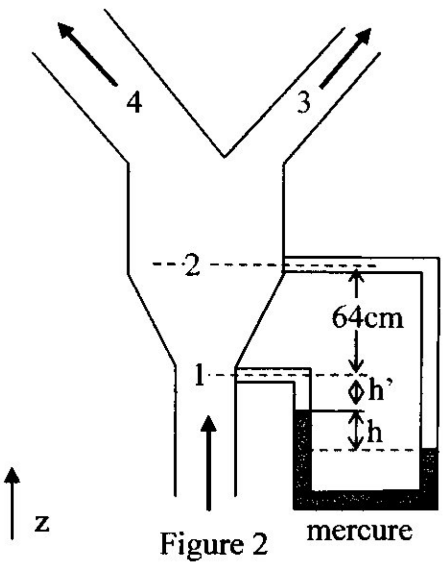

Figure 2

AN

$$p_2 - p_1 = \frac{1000}{2}(10)^2\left(1 - \frac{0.2^4}{0.4^4}\right) - 1000 \times 9.81 \times 0.64$$

$$\boxed{p_2 - p_1 = 40596.6 Pa} \qquad 0.5$$

b- Calculer la dénivellation h :

Dans le manomètre différentiel on a :

$$p_1 + \rho g h' + \rho_m g h = p_2 + \rho g((z_2 - z_1) + h' + h) \qquad 0.5$$

Donc

$$p_2 - p_1 = (\rho_m - \rho) g h - \rho g (z_2 - z_1) \qquad 0.5$$

Et $h = \dfrac{(p_2 - p_1) + \rho g (z_2 - z_1)}{g(\rho_m - \rho)}$ $\qquad 0.5$

AN $h = \dfrac{40596.6 + 1000 \times 9.81 \times 0.64}{9.81 \times (13600 - 1000)}$

$$\boxed{h = 0.3792 m = 37.92 cm} \qquad 0.5$$

c- Calculer D_4 et V_3 :

On a la somme des débits entrants égale à la somme des débits sortants donc $Q = Q_3 + Q_4$ or $Q_3 = Q_4$, alors $Q = 2Q_3 = 2Q_4$

- calculer V_3 :

$$Q_3 = V_3 \pi \frac{D_3^2}{4} = \frac{Q}{2}$$

Donc $V_3 = \frac{2Q}{\pi D_3^2}$

AN $V_3 = \frac{2\times 314.16\times 10^{-3}}{\pi \times 0.1^2}$

$\boxed{V_3 = 20m/s}$ 0.5

- calculer D_4 :

$Q_4 = V_4 \pi \frac{D_4^2}{4} = \frac{Q}{2}$

Donc $D_4 = \sqrt{\frac{2Q}{\pi V_4}}$

AN $D_4 = \sqrt{\frac{2\times 314.16\times 10^{-3}}{\pi \times 15}}$

$\boxed{D_4 = 11.55cm}$ 0.5

Exercice 3 (10 pts) :

a- Calculer la perte de charge linéaire ΔH_l :

$\boxed{\Delta H_l = \lambda \frac{L}{D_H}\frac{U^2}{2g}}$ 0.5

- $U = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{a^2}$ 0.5

$U = \frac{160\times 10^{-3}}{0.4^2} = 1m/s$ 0.5

- $D_H = 4\frac{S_{mouillée}}{pér_{mouillée}} = 4\frac{a^2}{4a} = a = 0.4m$ 0.5

-L=1km=1000m

- $\lambda = ?$

Pour calculer λ il faut déterminer la nature du régime d'écoulement, donc calculer R_e 0.5

- $R_e = \rho \frac{UD_H}{\mu}$ 0.5

$R_e = 1000\frac{1\times 0.4}{10^{-3}} = 4\times 10^5 > 2300$ donc le régime est turbulent. 0.5

On applique la formule de Colebrook $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2Log_{10}\left[\frac{\varepsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{R_e\sqrt{\lambda}}\right]$

$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2Log_{10}\left[\frac{2\times 10^{-3}}{3,71\times 0.4} + \frac{2,51}{4\times 10^5\sqrt{\lambda}}\right]$

$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 6 - 2Log_{10}\left[1.347 + \frac{0.6275\times 10^{-2}}{\sqrt{\lambda}}\right]$ 0.5

On pose $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = x$ en remplaçant dans l'équation précédente on trouve :

$x = 6 - 2Log_{10}\left[1.347 + 0.6275\times10^{-2}x\right]$

On pose $x_0 = 0$ on trouve :

$x_1 = 5.74126, x_2 = 5.71833, x_3 = 5.7184,\ x_4 = 5.7184$ 0.5

Donc $x = 5.7184$ 0.5

Et $\lambda = \dfrac{1}{x^2} = 0.0305$ 0.5

$\boxed{\Delta H = 3.8225m}$ 0.5

b- Calculer la pression effective au point B :

Appliquons l'équation de Bernoulli ente A et B :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} + z_A + \frac{w}{g} = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{U_B^2}{2g} + z_B \quad 0.5$$

Avec $\begin{matrix} z_A = z_B \\ U_A = U_B (\textit{la même conduite, même débit donc la même vitesse}) \end{matrix}$ 0.5

En remplaçant ces conditions dans l'équation précédente on trouve :

$$\boxed{\begin{matrix} p_B = p_A + \rho w \\ p_{Beff} = p_{Aeff} + \rho w \end{matrix}} \quad 0.5$$

Calculer le travail fourni par la pompe par unité de masse w :

$$w = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{P}{\rho Q} \quad 0.5$$

$$w = \frac{54\times10^3}{10^3\times160\times10^{-3}} = 337.5 J/kg \quad 0.5$$

$$\boxed{p_{Beff} = 10^3 + 10^3\times337.5 = 338500 Pa = 3.385 bar} \quad 0.5$$

c- Calculer le coefficient de perte de charge singulière des coudes k :

Appliquons l'équation de Bernoulli entre A et C :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} + z_A + \frac{w}{g} = \frac{p_C}{\rho g} + \frac{U_C^2}{2g} + z_C + \Delta H_l + \sum\Delta H_s \quad 0.5$$

Avec $\begin{matrix} p_C = p_{atm} \\ U_C = 0 \end{matrix}$

En remplaçant ces conditions dans l'équation précédente on trouve :

$$\frac{p_{Aeff}}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} - (z_C - z_A) + \frac{w}{g} - \Delta H_l = \sum\Delta H_s = 2\times k\frac{U^2}{2g} \quad 0.5$$

Donc $\boxed{k = \dfrac{\dfrac{p_{Aeff}}{\rho} + \dfrac{U_A^2}{2} - g(z_C - z_A) + w - g\Delta H_l}{U^2}}$ 0.5

$$k = \left(\frac{10^3}{10^3} + \frac{1^2}{2} - 10(60-30) + 337.5 - 10\times3.8225\right)/1^2$$

$\boxed{k = 1.8}$ 0.5