Université de Mascara 2014/2015

Epreuve de Rattrapage

Math 3 2 ème LMD ST **Durée : 1h30**

Exercice 1 : (7 points) (1+1+2+3)

I) Déterminer la nature des séries suivantes : 1) $\sum_{n\geq 1} \sin\frac{1}{n}$, 2) $\sum_{n\geq 0} \frac{ch(n)}{ch(2n)}$,

II) Discuter suivant les valeurs de a et b la nature des deux séries suivantes :

4) $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{an}{n+1}\right)^{n^2}$, $a>0$..

5) $\sum_{n\geq 0}\left(\sqrt{n}+a\sqrt{n+1}+b\sqrt{n+2}\right)$, a et b sont des constantes réelles.

Exercice 2 : (3 points) (1+1.5+0.5)

Soit $U_n = \dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}$, $n \in N$

1 - Montrer que $U_n = \frac{1}{2}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)$.

2 - Calculer $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$ en fonction de n.

3 - Déduire $\sum_{n=0}^{\infty} U_n$.

Exercice 3 : (6 points) (1+2+1+2)

I) Soit $f_n(x) = \dfrac{x}{n(1+x^n)}$, $x \in R^+$, $n \in N$.

Etudier la convergence simple et uniforme sur R^+.

II) Trouver le rayon de convergence de $\sum_{n\geq 0}(n+1)x^n$ et calculer sa somme.

Exercice 4 : (4 points)

Résoudre les deux équations différentielles :

$y'' + 3y' + 2y = 0$, avec $y'(0) = 0$ et $y(0) = 1$.