Université frères Mentouri Constantine
Faculté des sciences de la technologie
ST 2-B

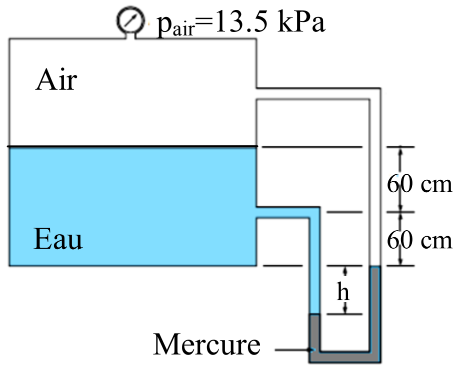
Constantine, Le 06/04/2016

Contrôle de rattrapage de la MDF
(Durée 1H30mn)

Exercice 1 .

Un tube manométrique en U rempli de mercure de densité 13.6, est connecté à un réservoir comme montré sur la figure. Si la pression de l'air est 13.5 kPa, déterminer la dénivellation h. (Recopier la figure)

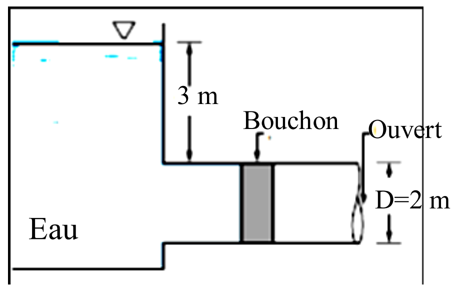
La masse volumique de l'air est négligeable (مهملة)



Exercice 2

Un réservoir ouvert rempli d'eau, est connecté à une conduite de diamètre D=2m (voir figure). Un bouchon circulaire est utilisé pour fermer la conduite. Déterminer la grandeur, la direction et la position du centre de poussée de la force d'eau sur le bouchon.

On donne $I_x = \frac{\pi R^4}{4}$



Exercice 3

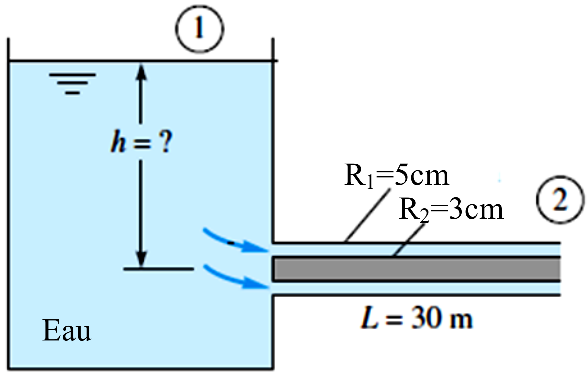
De l'eau de viscosité cinématique 10^{-6} m^2/s s'écoule d'un réservoir avec un débit de 0.01 m^3/s dans une conduite annulaire de rayons R_1 et R_2, et une longueur L=30 m (voir figure).

1- Calculer la vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite.

2- Quel est le régime d'écoulement?

3- Calculer la perte de charge linéaire, si le coefficient de frottement λ=0.023

4- Quelle est la hauteur h de l'eau?



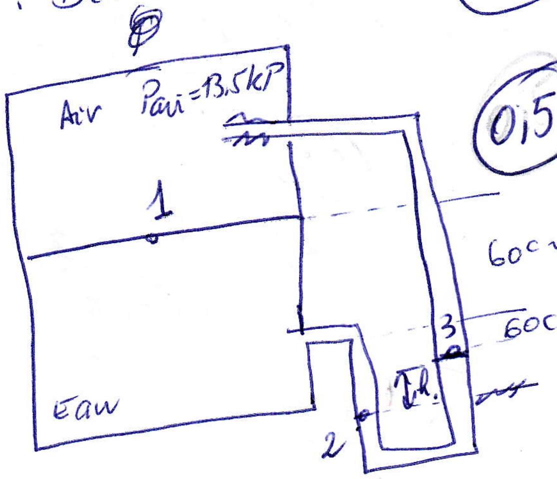
Bonne chance

Corrigé du Rattrapage 2016

MDF. ST2 B

5pt

EXO 1 : Déterminer h.



0,5

On applique l'équation de l'hydrostatique entre 1 et 3 on trouve: 0,5

$$P_1 - P_2 = \rho_e g (z_2 - z_1) = \rho_e g(-0,6-0,6-h)$$ 0,5 (+)

$$P_2 - P_3 = \rho_M g (z_3 - z_2) = \rho_M g h$$ 0,5 0,5

par sommation on trouve:

$$P_1 - P_3 = -\rho_e g (+1,2 + h) + \rho_M g h$$

$$= -\rho_e g\, 1,2 + (\rho_M - \rho_e) g h$$ 0,5

or:

$P_1 = P_3$ (la pression de l'air est la même dans l'air car ρ_{air} est négligeable) 1

donc:

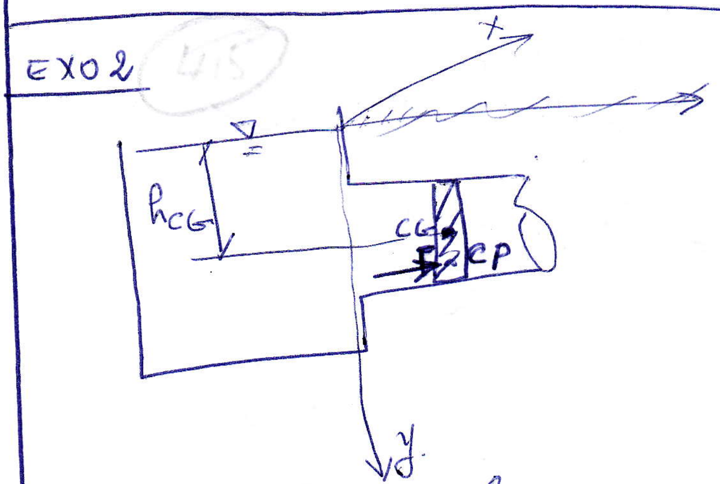
$$0 = -\rho_e g\, 1,2 + (\rho_M - \rho_e) g \cdot h$$

$$\therefore h = \frac{\rho_e \cdot 1,2}{\rho_M - \rho_e} \quad \left(\text{ou } = \frac{1,2}{d_M - 1}\right)$$ 0,5

$$h = \frac{10^3 \cdot 1,2}{(10^3 \cdot 13,6) - 10^3} = 0,095\,m$$

$$\boxed{h = 9,5\,cm}$$ 0,5

EXO 2



- La grandeur de la force:

$$F = P_{CG} \cdot S = \rho g h_{CG} \cdot S$$ 0,5

- $h_{CG} = 3m + \frac{D}{2} = 3 + \frac{2}{2} = 4m$ 0,5
- $S = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \cdot \frac{2^2}{4} = 3,14\,m^2$ 0,5

$\therefore F = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 3,14$

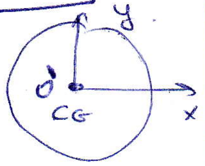
$$\boxed{F = 123,21 \cdot 10^3\,N = 123,21\,kN}$$ 0,5

- La direction:
  La force est $\perp$ sur le bouchon 0,5
- La position du centre de poussée: (x_{cp} et y_{cp})

$$x_{cp} = \frac{I_{xy}}{y_{CG} \cdot S} + x_{CG}$$ 0,5

le bouchon est circulaire donc:

$I_{xy_{CG}} = 0$ et $\boxed{X_{cp} = X_{cG} = 0}$ 0,5



c'est le centre du bouchon.

$$y_{cp} = \frac{I_{xCG}}{y_{CG} \cdot S} + y_{CG} \quad 0,5$$

$$= \frac{\frac{\pi R^4}{4}}{y_{CG} \cdot S} + y_{CG}$$

$$\boxed{y_{CG} = h_{CG} = 4\,m} \quad 0,25$$

$$= \frac{\pi (1)^4}{4 \times 4 \cdot 3,14} + 4$$

$$\boxed{y_{cp} = 4,0625\,m} \quad 0,25$$

EXO3

1. Calculer la vitesse d'écoulement:

$$V = \frac{Q}{S} \quad 0,5$$

$$S = \pi (R_1^2 - R_2^2) \quad 0,5$$

$$= \pi (0,05^2 - 0,03^2)$$

$$\boxed{S = 0,005\,m^2} \quad 0,5$$

$$\therefore V = \frac{0,01 \left(\frac{m^3}{s}\right)}{0,005} \approx 2\,m/s = 1,990\,m/s \quad 0,5$$

2. Le régime d'écoulement:

on calcule Re.

$$R_e = \frac{\rho \cdot V \cdot D_H}{\mu} = \frac{V \cdot D_H}{\nu} \quad 0,5$$

$$D_H = \frac{4S}{Per} \; 0,5 \; = \frac{4 \cdot \pi (R_1^2 - R_2^2)}{2\pi (R_1 + R_2)}$$

0,5

$$D_H = 2(R_1 - R_2) = 2(5 - 3) =$$

$$\boxed{D_H = 4\,cm = 0,04\,m} \quad 0,25$$

$$\therefore R_e = \frac{2 \cdot 0,04}{10^{-6}}$$

$$\boxed{R_e = 8 \cdot 10^4 > 2300} \quad 0,5$$

Donc le régime d'écoulement est turbulent 0,5

3. Calculer la perte de charge linéaire ΔH_L:

$$\Delta H_L = \lambda \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H} \quad 0,5$$

puisque l'écoulement est turbulent, on calcule λ de la formule de Colebrook: où:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \quad 0,5$$

$$= -2\log\left(\frac{0,023 \cdot 10^{-3}}{3,71 \cdot 0,04} + \frac{2,51}{8 \cdot 10^4 \sqrt{\lambda}}\right)$$

$$= -2\log\left(1,55 \cdot 10^{-4} + \frac{0,314 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{\lambda}}\right)$$

$$= 8 - 2\log\left(1,55 + \frac{0,314}{\sqrt{\lambda}}\right)$$

on pose : $X = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ donc on aura :

1

$$X = 8 - 2\log(1{,}55 + 0{,}314\,X)$$

on pose $X_0 = 0 \rightarrow X_1 = 7{,}6193 \rightarrow X_2 = 6{,}808$

$\rightarrow X_3 = 6{,}866 \rightarrow X_4 = 6{,}862 \rightarrow X_5 = 6{,}862$

donc $\lambda = \frac{1}{X^2} = \frac{1}{(6{,}862)^2} = \boxed{0{,}0212 = \lambda}$ 0,5

$$\therefore \Delta H_L = 0{,}0212 \cdot \frac{2^2}{2.9{,}81} \cdot \frac{30}{0{,}04}$$

$\boxed{\Delta H_L = 3{,}247\,m}$ 0,5

4- Calculer h.

On applique l'équation de Bernoulli entre (1) et (2) on trouve :

$$\frac{\cancel{V_1^2}^{\,0}}{\cancel{2g}} + \frac{\cancel{P_1}}{\rho g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{\cancel{P_2}}{\rho g} + Z_2 + \Delta H_L$$ 0,5

on a :

$V_1 = 0$ (réservoir) 0,5

$P_1 = P_2 = P_{atm}$. 0,5

$Z_1 - Z_2 = h$. 0,5

$$\therefore \boxed{h = \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H_L.}$$ 0,25 ($V_2 = V$)

$$\therefore h = \frac{2^2}{2.9{,}81} + 3{,}247$$

$\boxed{h \simeq 3{,}451\,m}$ 0,5

3/3