

Rattrapage de Mécanique des fluides**1h30min****Exercice1 :(6pts)**

Un réservoir contient de l'eau, de l'huile et un troisième liquide. Les surfaces libres de l'eau et de l'huile sont au même niveau (voir fig. 1).

a- Exprimer la hauteur h du troisième liquide, du côté droit, en fonction de x , y , les masses volumiques de l'eau ρ_E , du liquide ρ_L et de l'huile ρ_H .

b- Calculer h sachant que la densité de l'huile est $d_H=0.86$, la densité du liquide est $d_L=1.6$, $x=1.5m$ et $y=1m$.

خزان يحتوي على الماء، الزيت و سائل ثالث. المساحة الحرة للماء و للزيت تقعان على نفس المستوى.

- أعط عبارة h ، ارتفاع السائل من الجهة اليمنى، بدلالة y ، x ، ρ_E ، ρ_H ، ρ_L .

- أحسب h علماً أن كثافة الزيت $d_H=0.86$ ، كثافة السائل $d_L=1.6$ ، $y=1m$ و $x=1.5m$.

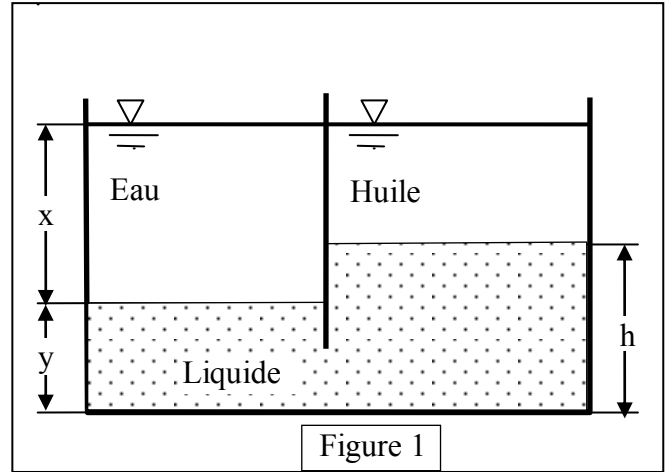


Figure 1

Exercice2 :(6 pts)

La vanne ABC est insérée dans un canal contenant de l'eau (voir fig. 2). Sa largeur, perpendiculaire à la figure, est $L=2m$. AB est une surface plane, BC est une surface courbée qui représente un quart de cylindre de rayon $R=2m$

الحاجز ABC موضوع في قناة تحتوي على الماء. عرضه، العمودي على الشكل، هو $L=2m$. مساحة مستوية و BC مساحة منحنية عبارة عن ربع أسطوانة نصف قطرها $R=2m$.

a- Calculer la force appliquée par l'eau sur la surface AB.

b- Calculer les forces appliquées par l'eau sur la surface BC. (أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة و مثل القوى)

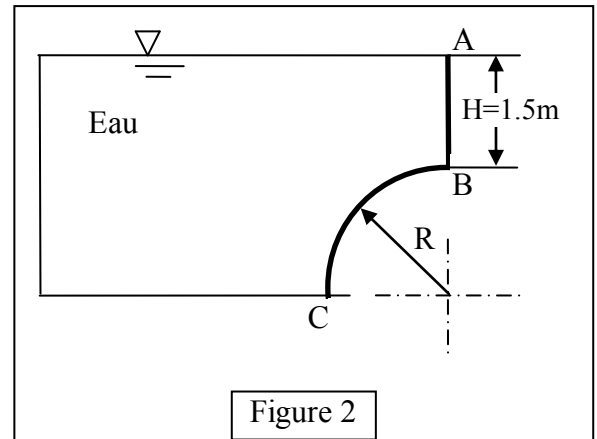


Figure 2

Exercice3 :(8pts)

De l'eau (considérée comme fluide parfait) s'écoule d'un grand réservoir vers l'atmosphère à travers une conduite AB (voir fig. 3). Le diamètre en A est $d_A=65mm$ et en B est $d_B=80mm$, $g=10m/s^2$.

a- Calculer le débit volumique à travers la conduite AB en litre/s.

b- Calculer la pression effective en A.

c- Si la conduite est coupée au point A, calculer dans ce cas le débit volumique à travers la section A.

الماء -نعتبره مائع مثالي- يسيل من خزان كبير نحو المحيط الخارجي عبر أنبوب AB. القطر في A $d_A=65mm$ و في B $d_B=80mm$. $g=10m/s^2$

- أحسب التدفق الحجمي عبر القناة AB باللتر/الثانية.

- أحسب الضغط الفعال في A.

- لو يُقطع الأنبوب في A، أحسب في هذه الحالة التدفق الحجمي عبر المساحة A.

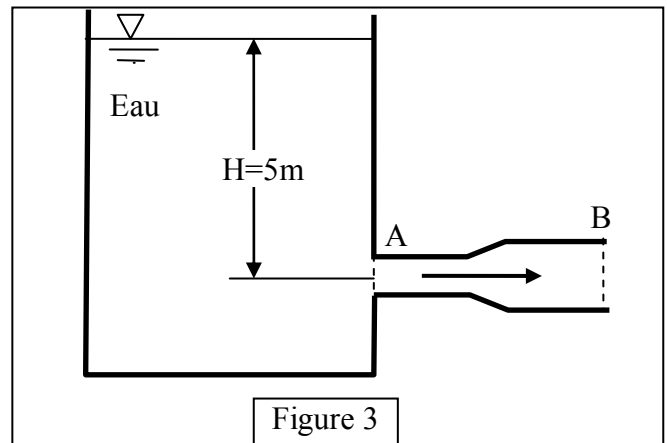


Figure 3

Corrigé du Rattrapage MDF (2011)

EX01

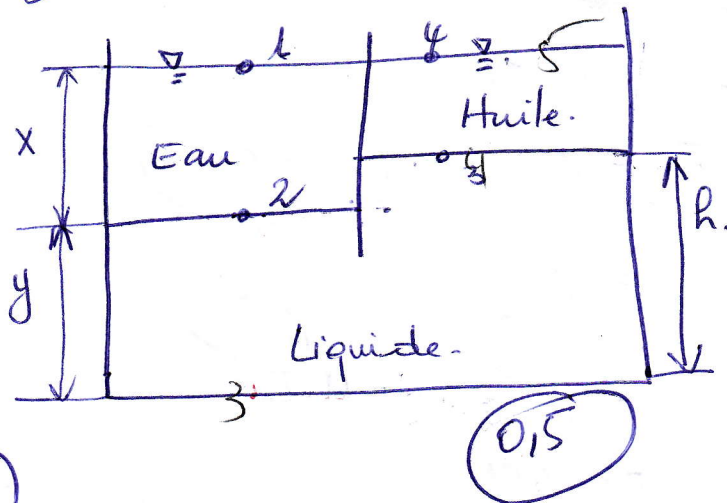
6pts.

• Expression de h:

$$P_2 - P_1 = \rho_E g(z_1 - z_2) = \rho_E g(x) \quad (1)$$

$$P_3 - P_2 = \rho_L g(z_2 - z_3) = \rho_L g(y - h) \quad (1)$$

$$P_4 - P_3 = \rho_H g(z_3 - z_4) = \rho_H g(h - (x + y)) \quad (1)$$



par sommation

$$P_4 - P_1 = \rho_E g x + \rho_L g(y - h) + \rho_H g h - \rho_H g(x + y) \quad (0,5)$$

on a $P_4 = P_1 = P_{atm.} \Rightarrow (0,5)$

$$P_4 - P_1 = 0 = \rho_E x + \rho_L(y) - \rho_H(x + y) + h(\rho_H - \rho_L)$$

donc:
$$h = \frac{\rho_E x + \rho_L y - \rho_H(x + y)}{\rho_L - \rho_H} \quad (0,5)$$

• Calculer h:

AN:

$$x = 1,5 \text{ m}$$

$$y = 1 \text{ m}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_L = 1,6 \Rightarrow \rho_L = 1600 \text{ kg/m}^3 \\ d_H = 0,86 \Rightarrow \rho_H = 860 \text{ kg/m}^3 \end{array} \right.$$

$$h = \frac{1000(1,5) + 1600(1) - 860(1,5 + 1)}{1600 - 860}$$

$$h = 1,284 \text{ m} \quad (0,5)$$

0,5

$$P_{\text{Aeff}} = 10^3 \cdot \frac{10^2 - 1768^2}{2}$$

$$P_{\text{Aeff}} = -106,29 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

0,25

$$P_{\text{Aeff}} = 10^3 \times 10 \times 5 - 10^3 \cdot \frac{1768^2}{2}$$

$$P_{\text{Aeff}} = -106,29 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$-63,52 \times 10^3 \text{ Pa} = 0,63 \text{ bar}$$

c. Calculer le débit si la conduite est coupée en A :

2pts

$$Q_A = U_A \cdot \frac{\pi d_A^2}{4}$$

0,25

$U_A = ?$

On applique l'éq. de Bernoulli entre 1 et A :

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + Z_A \rightarrow 0,25$$

$$P_1 = P_A = P_{\text{atm}}$$

0,25

$$\frac{U_A^2}{2g} = Z_1 - Z_A = H \Rightarrow U_A = \sqrt{2gH}$$

0,25

$$Z_1 - Z_A = H$$

$$U_1 = 0$$

$$U_A = \sqrt{2 \times 10 \times 5}$$

$$U_A = 10 \text{ m/s}$$

0,25

donc: $Q_A = 10 \times \frac{\pi \cdot (65 \times 10^{-3})^2}{4}$

$$\approx 0,02827 \text{ m}^3/\text{s} \approx 28,27 \text{ l/s} = Q_A$$

0,25

4/4

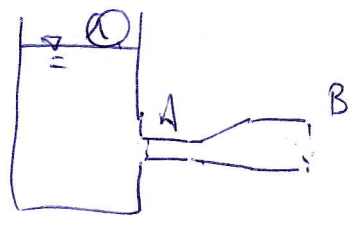
8 pts

a - Calculer le débit volumique à travers la conduite AB: 3 pts

$$Q_{AB} = U_B \cdot \frac{\pi d_B^2}{4} = U_A \cdot \frac{\pi d_A^2}{4}$$

$U_B = ?$

On applique l'éq de Bernoulli entre A et B:



$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho g} + z_B \quad (0,5)$$

$U_1 = 0$ (0,25)

$P_1 = P_B = P_{atm}$ (0,5) $\Rightarrow \frac{U_B^2}{2g} = H \Rightarrow U_B = \sqrt{2gH}$ (0,5)

$z_1 - z_B = H$ (0,25)

$U_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}$

$U_B = 10 \text{ m/s}$ (0,25)

donc: $Q_{AB} = U_B \cdot \frac{\pi d_B^2}{4} = 10 \cdot \frac{\pi \cdot (80 \cdot 10^{-3})^2}{4}$ (0,25)

$Q_{AB} = 0,1050 \text{ m}^3/\text{s} = 50 \text{ l/s}$ (0,5)

b - Calculer la pression effective en A: 3 pts

On applique l'éq de Bernoulli entre A et B (ou bien A et A)

$$\frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + z_A = \frac{U_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho g} + z_B \quad (0,5) \quad \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$\frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + z_1 = \frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + z_A \quad (0,5)$$

$z_A = z_B$ (0,25)

$P_B = P_{atm}$ (0,25)

$$\frac{P_A - P_{atm}}{\rho g} = \frac{U_B^2 - U_A^2}{2g}$$

$U_1 = 0$

$P_1 = P_{atm}$ (0,25)

$z_1 - z_A = H$ (0,25)

$$\frac{P_A - P_{atm}}{\rho g} = H - \frac{U_A^2}{2g}$$

$$P_A - P_{atm} = P_{eff} = \rho \frac{U_B^2 - U_A^2}{2g} \quad (0,5)$$

$$P_{eff} = \rho g H - \frac{\rho U_A^2}{2} \quad (0,5)$$

On doit calculer $U_A = ?$

3/4

$$Q = Q_A = U_A \cdot \frac{\pi d_A^2}{4} \Rightarrow U_A = \frac{4Q}{\pi d_A^2} \quad (0,5)$$

$$U_A = \frac{4 \cdot 0,105}{\pi \cdot (65 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$U_A = 15,067 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

donc $P_{\text{eff}} = 10^3 \cdot \frac{10^2 - 15,067^2}{2}$ ou bien $P_{\text{eff}} = 10^3 \cdot 10 \cdot 5 - 10^3 \cdot \frac{15,067^2}{2}$

$$P_{\text{eff}} \approx -63,51 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$\approx -0,6351 \text{ bar}$$

(0,5)

$$P_{\text{eff}} = -63,51 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$= -0,6351 \text{ bar}$$

(0,5)

c. Calculer le débit si la conduite est coupée en A. (2pts)

$$Q_A = U_A \cdot \frac{\pi d_A^2}{4} \quad (0,25)$$

$$U_A = ?$$

On applique l'éq Bernoulli entre 1 et A:

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + z_A \quad (0,5)$$

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = 0 \\ P_1 = P_A = P_{\text{atm}} \\ z_1 - z_A = H \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_A^2}{2g} = z_1 - z_A = H \Rightarrow$$

$$U_A = \sqrt{2gH} \quad (0,25)$$

$$U_A = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}$$

$$U_A = 10 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

donc $Q = 10 \cdot \frac{\pi \cdot (65 \cdot 10^{-3})^2}{4}$

$$Q = 0,0332 \text{ m}^3/\text{s} = 33,2 \text{ l/s} = Q \quad (0,25)$$

4/4