

Examen de mécanique des fluides (1h:30)
2^{ème} année LMD : Sciences techniques

Questions de cours (3 points)

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes.

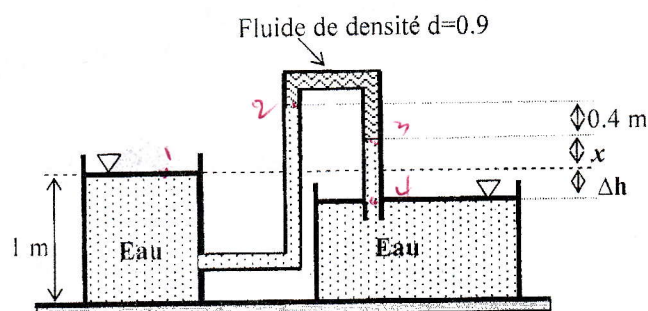
- 1) L'équation de Bernoulli $\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = cte$ s'applique pour le cas d'un écoulement stationnaire de fluide réel incompressible.
- 2) La poussée d'Archimède appliquée par l'eau sur un corps totalemnt submergé reste constante si la profondeur du corps sous l'eau augmente.
- 3) Le débit massique d'un écoulement stationnaire de fluide dans une conduite de forme quelconque est constant seulement si le fluide est incompressible.

Exercice 1 (5 points)

Déterminer la différence de niveau Δh entre le niveau d'eau dans les deux réservoirs ouverts montrés sur la figure ci-contre.

La masse volumique de l'eau est 10^3 kg/m^3 .

La densité du fluide en haut du manomètre est égale à 0.9.



Exercice 2 (12 points)

Une pompe circule l'eau chaude d'un système de chauffage dans un réseau de tuyauterie (serpentin) situé dans un plan horizontal, voir figure ci-contre.

Le serpentin est composé de 10 conduites rectilignes de sections circulaires. Chaque conduite a un diamètre de 10 mm et une longueur $L=6 \text{ m}$.

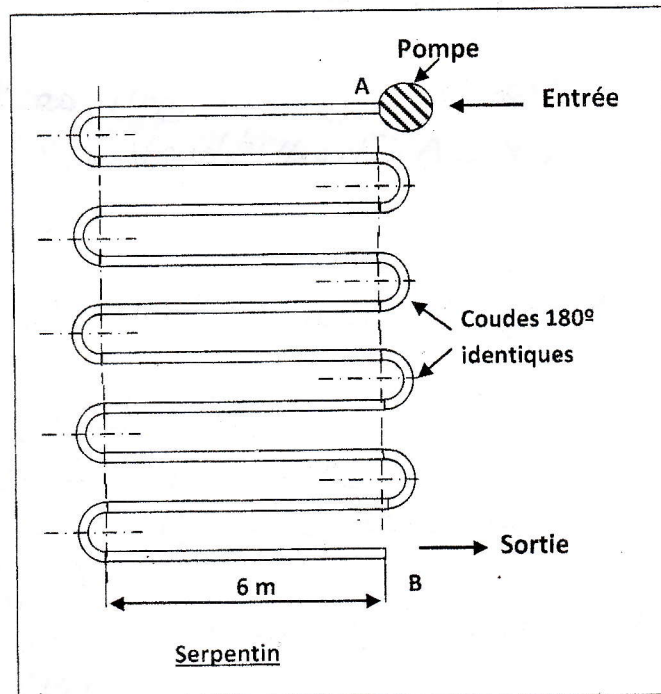
Les conduites sont reliées entre elles par 9 coudes identiques de 180° .

Le débit volumique de la pompe est 0.236 L/s . La pression au point A est 8 bars.

La viscosité cinématique de l'eau chaude $\nu = 0.75 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

La masse volumique de l'eau est 995 kg/m^3 .

Le coefficient de perte de charge singulière $K_{\text{coude}}=0.148$ pour chaque coude de 180° .



Questions

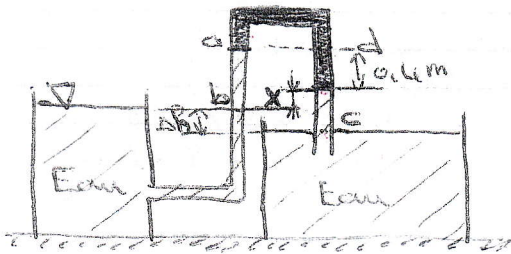
1. Calculer la vitesse moyenne de l'écoulement dans le serpentin.
2. Calculer le nombre de Reynolds et déduire le régime d'écoulement.
3. Calculer la perte de charge linéaire en Pascal (Pa) due aux 10 conduites rectilignes si on suppose les conduites parfaitement lisses (rugosité=0).
4. Calculer la perte de charge singulière totale en Pascal (Pa) due aux 9 coudes.
5. Déduire la perte de charge totale du serpentin.
6. Calculer la pression à la sortie du serpentin P_B .

1) Questions de Cours

- 1) Faux 1
- 2) Vrai 1
- 3) Faux 1

Exercice 1

Considérons les points a, b, c et d



$P_a = P_d$ 1

$P_a = P_b + \rho_{eau} g (0.4 + x)$ 0.5

$P_b = P_{atm}$ 0.5

$P_d = P_c + \rho_{man} g (\Delta h + x) + \rho_f g (0.4)$ 0.5

$P_c = P_{atm}$ 0.5 $\rho_f = 0.9 \rho_{eau}$ 0.5

$P_{atm} + \rho_{eau} g (0.4 + x) = P_{atm} + \rho_{man} g (\Delta h + x) + 0.9 \rho_{eau} g (0.4)$ 0.5

$\Rightarrow 0.4 = \Delta h + 0.9 \times 0.4$

$\Rightarrow \Delta h = 0.04 \text{ m}$ 1

Exercice 2

1) $V_{moy} = \frac{Q}{A}$ 0.5 $A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (10)^2}{4} = 78.5398 \text{ mm}^2$ 0.25

$V_{moy} = \frac{0.236 \times 10^{-3}}{78.5398 \times 10^{-6}} = 3.004 \approx 3 \text{ m/s}$ 0.75

2) $Re = \frac{\rho \cdot V_{moy} \cdot D}{\mu}$ 0.5 $= \frac{1000 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{0.75 \cdot 10^{-3}}$ 0.5
 $= 40000 > 3000$ Regime Turbulent

Aussi $Re = \frac{\rho V_{moy} D}{\mu} = 39200 \approx 40000$

Aussique $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$

3) $\Delta P_x = \lambda \frac{\rho V^2}{2} \frac{L}{D}$ ou $\Delta H_f = \lambda \frac{V^2}{2g} \frac{L}{D}$ 0.5

$L = 10 \times 6 = 60 \text{ m}$, $D = 10 \text{ mm}$

$V = 3 \text{ m/s}$ $\lambda = ?$

$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$ 0.5

Puisque $\epsilon = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$ 0.5

Mettons $x = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ et $x_0 = 1$

$x_1 = 8.40477$ $x_2 = 6.555720 \rightarrow$

$x_3 = 6.77753 \rightarrow x_4 = 6.743398$

$\rightarrow x_5 = 6.7470149$ ✓

$\lambda = \frac{1}{x_5^2} = 0.022$ 2

$\Rightarrow \Delta P = 0.022 \times 995 \times 3 \times 60 = 591030 P_a$ 0.5

$\Delta H = \frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{591030}{995 \cdot 9.81} = 60.55 \text{ m}$

4) Perte de charge singulière

$\Delta P_s = K \frac{\rho V^2}{2}$ 0.5, $\Delta H_s = K \frac{V^2}{2g}$

$= 9 \times 0.148 \times 995 \times 3^2 = 5964.03 P_a$

$\Delta H_s = \frac{5964.03}{9.81} = 608.03 \text{ mm} = 0.608 \text{ m}$ 1.0

5) Perte de charge totale

$\Delta P_T = \Delta P_f + \Delta P_s = 596994.03 P_a$

0.5 0.5

$\Delta H_T = \Delta H_f + \Delta H_s = 60.55 + 0.608 = 61.16 \text{ m}$

6) $P_A + \frac{\rho V_A^2}{2} + \rho g z_A = P_B + \frac{\rho V_B^2}{2} + \rho g z_B$ 0.5

$V_A = V_B$ $z_A = z_B$ 0.25 $+ \Delta H_{A-B}$ 0.25

$P_B = P_A - \Delta H_{A-B} = 8 \times 10^5 - 596994.03$

$= 2.03 \text{ bar}$

0.75

$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B + \Delta H_T$

$P_B = P_A - \rho g \Delta H_T = 8 \cdot 10^5 - 995 \cdot 9.81 \cdot 61.16 = 2.03 \text{ bar}$