Université Mentouri – Constantine **Le 02 juin 2012**

Examen de mécanique des fluides (1h:30)
$2^{ème}$ année LMD : Sciences techniques

Exercice 1 (10 points)

Le circuit hydraulique représenté sur la figure 1 permet de transporter l'eau d'un grand réservoir 'A' à un grand réservoir 'B' à l'aide d'une pompe. La masse volumique de l'eau $\rho = 1000\ kg/m^3$, sa viscosité $\mu = 10^{-3}$ Pa.s et le débit volumique Q=10 L/s.

La conduite d'aspiration est d'une longueur L_a= 15 m et son diamètre est D_a= 125 mm;

La conduite de refoulement est d'une longueur L_r= 925 m et son diamètre est D_r= 80 mm;

La dénivellation entre les surfaces libres des deux réservoirs est h. La rugosité des conduites ε est égale à 0.1 mm.

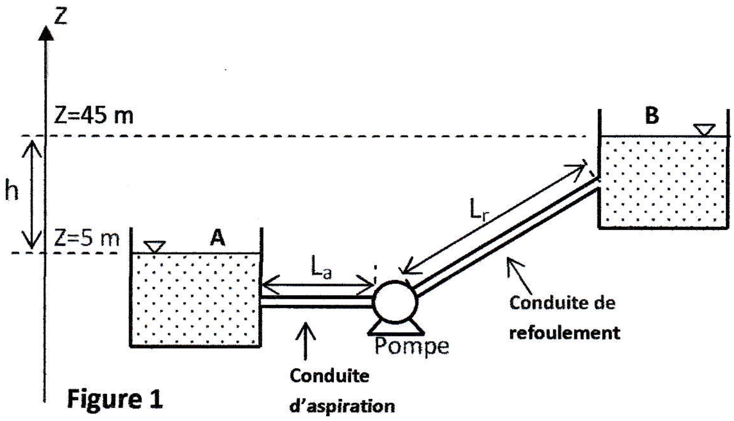


Figure 1

1. Calculer la puissance minimale P que doit fournir la pompe pour transporter l'eau au réservoir B en négligeant toutes les pertes de charge.
2. Calculer les vitesses moyennes de l'écoulement dans les conduites d'aspiration et de refoulement.
3. Calculer la perte de charge linéaire dans la conduite de refoulement en utilisant la relation $\Delta H = \lambda \frac{V^2}{2g} \frac{L}{D_h}$.
4. Calculer la puissance minimale de la pompe en tenant compte de la perte de charge calculée à la troisième question (on néglige la perte de charge linéaire dans la conduite d'aspiration et toutes les pertes de charge singulières).
5. Déduire en pourcentage, la puissance utilisée pour convaincre les pertes de charge induites par les effets de la viscosité.
6.

Exercice 2 (6 points)

Soit un manomètre en U gradué en centimètre (voir figure 2). Le liquide entourant les points A et B est de l'eau. Dans la partie supérieure, il ya de l'huile d'une densité de 0.8. Dans la partie inferieure, il ya du mercure dont la densité est égale à 13.6.

Déterminer la différence de pression (P_A-P_B) en Pascal sachant que les lectures du manomètre sont :

h_1= 25 cm, h_2= 7 cm, h_3= 10 cm, h_4= 10 cm, h_5= 12 cm, h_6= 20 cm.

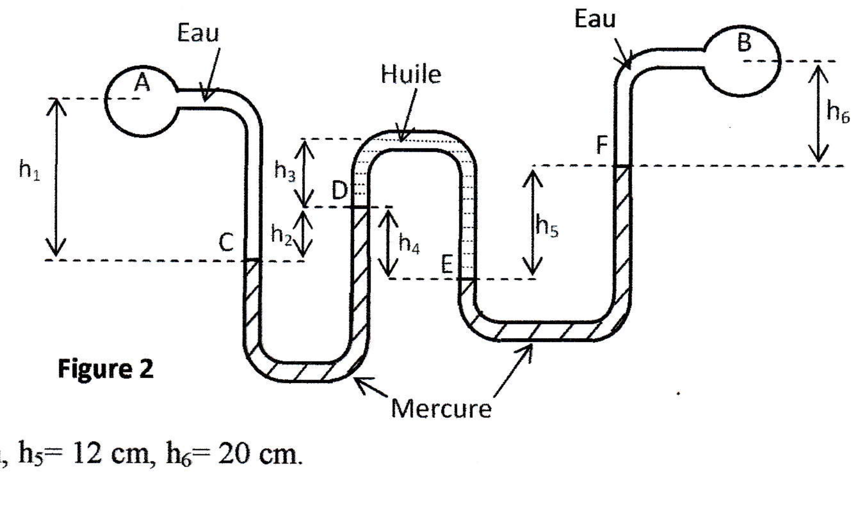


Figure 2

Exercice 3 (4 points)

De l'eau s'écoule à travers un déversoir **de largeur unitaire** tel que montré sur la figure 3. Si les vitesses de l'eau à la section 1 (V_1) et à la section 2 (V_2) sont supposées uniformes par section ($V_1 \neq V_2$) et on néglige les effets de la viscosité, déterminer le débit du déversoir.

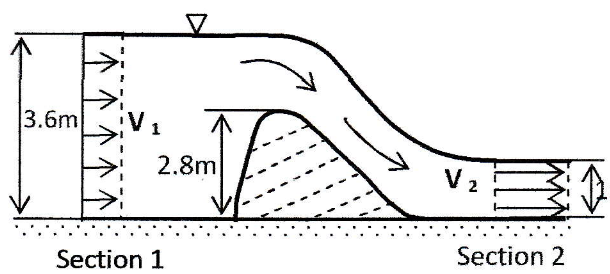


Figure 3

BONNE CHANCE

Solution de l'examen (2ème session 2012)

Exercice 1

$\rho = 1000\ kg/m^3$

$Q = 10\ L/s$, $\mu = 10^{-3}\ Pa.s$

$L_a = 15\ m$, $D_a = 125\ mm$

$L_r = 925\ m$, $D_r = 80\ mm$

① Calculer la puissance en négligeant les pertes de charge.

En appliquant l'équation de Bernoulli entre A et B, on a:

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_p = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B \quad (1)$$ 1

h_p représente l'énergie ajoutée au fluide par la pompe. On peut utiliser aussi W à la place de h_p.

Dans l'équation (1) nous savons que:

$P_A = P_{atm}$, $P_C = P_{atm}$, 0,5 on peut mettre aussi $P_A = P_C = 0$

$V_A = V_C = 0$ 0,5 (réservoirs de grandes dimensions)

$z_C - z_A = h = 45 - 5 = 40\ m$

Donc $h_p = z_C - z_A = 40\ m$ 0,5

La puissance de la pompe $= \rho . g . h_p . Q$

$= 10^3 \times 9{,}81 \times 40 \times 10 \times 10^{-3} = 3924$ Watt 0,5

② Calculer les vitesses moyennes

$$V_A = \frac{Q}{S_A} = \frac{Q}{\frac{\pi d_A^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi d_A^2} = \frac{4 \times 10 \times 10^{-3}}{3{,}14 \times (0{,}125)^2}$$

$V_A = 0{,}815\ m/s$ 0,5

$$V_B = \frac{4Q}{S_B} = \frac{4 \times 10 \times 10^{-3}}{\pi . (0{,}08)^2} = 1{,}99\ m/s$$ 0,5

③ Pertes de charge dans la conduite de refoulement.

0,75

$$Re = \frac{V_r . D_r . \rho}{\mu} = \frac{1{,}99 \times 0{,}08 \times 10^3}{10^{-3}}$$

$= 159200 > 2300 \Rightarrow$ Turbulent

$$\Delta H_r = \frac{\lambda . V_r^2 L_r}{2 . g . D_r} \qquad \lambda\ ?$$

En utilisant la relation de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3{,}71 D} + \frac{2{,}51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$$ 0,5 mettant $x = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$

et supposant $x_0 = 0$, on trouve

$x_1 = 6{,}9449$, $x_2 = 6{,}70050$

$x_3 = 6{,}708036$, $x_4 = 6{,}7078$ 1

On prend $\lambda^{-1/2} = 6{,}7078 \Rightarrow \lambda = 0{,}022$

0,25

$$\Delta H_r = \frac{0{,}022 \times 1{,}99^2 \times 925}{2 \times 9{,}81 \times 0{,}08} = 51{,}34\ m$$ 0,5

④ Puissance?

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_p = \frac{P_C}{\rho g} + \frac{V_C^2}{2g} + z_C + \Delta H_r$$ 0,5

$\Rightarrow h_p = (z_C - z_A) + \Delta H_{1,2} = 40 + 51{,}34$

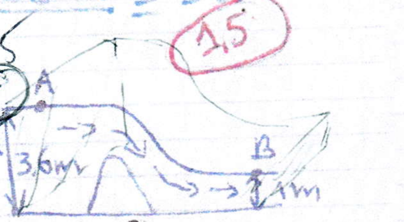
$h_p = 91{,}34\ m$ 0,5

$P = \rho . g . h_p . Q = 8960.45$ Watt. 0,5

⑤ Déduire en pourcentage la puissance utilisée pour convaincre la viscosité

$$\% P = \frac{8960{,}45 - 3924}{8960{,}45} = 56\%$$ 1,5

Exercice 3 4pt



On applique Bernoulli entre A et B

$$\frac{\cancel{P_A}}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{\cancel{P_B}}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B \quad (1)$$ 1

avec $P_A = P_B = P_{atm}$ 0,5 (ou $P_A = P_B = 0$)

1 nous avons aussi $Q_1 = Q_2 = V_A A_1 = V_B A_2$

$\Rightarrow V_B = V_A . A_1 / A_2$ 0,5 (2)

En remplaçant (2) dans (1) $\Rightarrow$ $$V_A^2 = \frac{2g(z_B - z_A)}{\left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}\right)}$$ 0,5

$$V = \sqrt{\frac{2\times9{,}81(1-3{,}6)}{\left(1-\frac{(3{,}6\times1)^2}{(1\times1)^2}\right)}} = 2{,}065\ m/s$$ 0,25

0,5

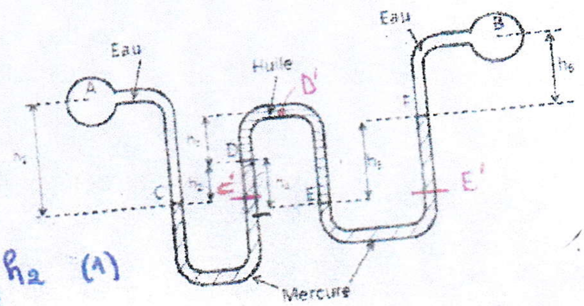
$Q_1 = V_A.A_1 = 2{,}065\times3{,}6\times1 = 7{,}43\ m^3/s$

On peut aussi calculer V_B

$V_B = \frac{V_A.A_1}{A_2} = \frac{2{,}065\times3{,}6}{(1\times1)} = 7{,}43\ m/s$

$Q_2 = V_B.A_2 = 7{,}43\times1\times1 = 7{,}43\ m^3/s$

Exercice 2 6pts



0,75

$P_C = P_{C'}$

0,5 0,5

$P_A + \rho_{eau} g h_1 = P_{D'} + \rho_h g h_3 + \rho_m g h_2$ (1)

$P_E = P_{E'}$ 0,75

0,5 0,5

$P_{D'} + \rho_h(h_4+h_3) = P_B + \rho_{eau} g h_6 + \rho_m g h_5$ (2)

de l'equation (1) $P_{D'}$ est :

$P_{D'} = P_A + \rho_{eau} g h_1 - \rho_h g h_3 - \rho_m g h_2$ 0,5

En remplaçant $P_{D'}$ dans l'equation (2)

$P_A + \rho_{eau} g h_1 - \rho_h g h_3 - \rho_m g h_2 + \rho_h(h_4 + h_3)$ 0,5

$= P_B + \rho_{eau} g h_6 + \rho_m g h_5$

$\Rightarrow P_A - P_B = \rho_{eau} g(h_6 - h_1) + \rho_m g(h_2+h_5)$

$- \rho_h g h_4$ 0,5

$P_A - P_B = 10^3\times9{,}81(0{,}2-0{,}25)+13{,}6\times10^3\times9{,}81(0{,}07+0{,}12)$

$-0{,}8\times10^3\times9{,}81(0{,}1) = 24073{,}74\ Pa$

1

$P_A - P_C = \rho_{eau} g(z_C - z_A)$ 1
$= -\rho_e g h_1$

$P_C - P_D = \rho_M g(z_D - z_C)$ 0,5
$= \rho_M g h_2$

$P_D - P_E = \rho_H g(z_E - z_D)$ 1
$= -\rho_H g h_4$

$P_E - P_F = \rho_M g(z_F - z_E)$ 0,5
$= \rho_M g h_5$

$P_F - P_B = \rho_e g(z_B - z_F)$ 1
$= \rho_e g h_6$

par sommation on trouve

$P_A - P_B = \rho_e g(z_C - z_A) + \rho_M g(z_D - z_C)$
$+ \rho_H g(z_E - z_D) + \rho_M g(z_F - z_E)$
$+ \rho_e g(z_B - z_F)$

1,0

$P_A - P_B = -\rho_e g h_1 + \rho_M g h_2 - \rho_H g h_4 + \rho_M g h_5$
0,25 0,25 0,25 0,25
$+ \rho_e g h_6$

$P_A - P_B = \rho_e g(h_6 - h_1) + \rho_M g(h_2 + h_5) - \rho_H g h_4$

$= 24073{,}74\ Pa$ 1

0,75 × 5 = 3,75

0,25 × 5 = 1,25