جامعة محمد خيضر -بسكرة-
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم العلوم و التقنيات

السنة الثانية
مقياس: الاحتمالات والإحصاء
السنة الجامعية 2010 -2011

الامتحان

تمرين01 (5ن):- نرمي على التوالي زهرتي نرد واحدة بيضاء والأخرى حمراء غير مغشوشتين وليكن الحدثين التاليين : A " الرقم 1 يظهر على زهرة النرد البيضاء".
B " مجموع النقاط الظاهرة على زهرتي النرد هو 7 ".
احسب: $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$, $P(A\cup B)$, $P(A\cap \overline{B})$, $P(B/A)$. هل الحدثين A و B مستقلين ؟

تمرين 02 (4ن):- انتشر تسمم عشوائي اثر في 10%من مجموع سكان مدينة. نعتبر مجموعة العائلات مكونة من 5 أفراد وليكن المتغير العشوائي x الذي يحسب عدد المرضى في العائلة.

1- ما هو القانون الذي يتبعه المتغير العشوائي x.

2- احسب الاحتمالات التالية:-

-أن يكون 5 من أفراد العائلة مصابين؟

-أن يكون 2 من أفراد العائلة مصابين؟

-أن يكون فرد من العائلة مصاب؟

-أن لا يكون أي فرد من العائلة مصاب؟

- ما هو احتمال أن يكون على الأقل مصاب في العائلة ؟

3- ما هو الأمل الرياضي و التباين لعدد المصابين في العائلة ؟

تمرين 03 (6ن):- ليكن X المتغير العشوائي ذو الكثافة:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & 0\le x\le 1 \\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$$

1- احسب قيمة الثابت a ثم الأمل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري للمتغير X .

2- أوجد دالة التوزيع (تابع التوزيع): $F_X(t)$.

3- احسب احتمال الحوادث التالية : $P(X<\frac{1}{2})$, $P(X<\frac{1}{2}/X<\frac{3}{4})$.

تمرين 04 (5ن):- ليكن توزيع حوادث المرور خلال 100 يوم ممثل بالجدول التالي:

عدد الحوادث في اليوم	0	1	2	3	4	5	6	7
عدد الأيام	13	27	27	19	9	3	1	1

1- ا نشئ الجدول الإحصائي.

2- احسب : المنوال , الوسيط , المتوسط , الانحراف المعياري.

بالتوفيق

Université Mohamed Khider -Biskra-
Faculté des Sciences et Technologie
Département de Sciences et Techniques (ST)
$2^{ème}$année LMD 2010_2011

Corrège-type Math04 (PS)

Exercice N^{0}1 *(05 pts)*:-

$P(A) = \frac{1}{6} = 0,167; P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,167$

$P(A \cap B) = \{$ dé blanc=1, dé rouge=6$\} = \frac{1}{36}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$

$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{5}{36}$

$P(B \ / \ A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{6}$

Il y a indépendance puisque $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

Exercice N^{0}2 *(04pts)*:-

1. La probabilité d'être malade est $p = 0,10$ Les familles considérées étant de 5 personnes, la taille de l'échantillon est $n = 5$. La répartition de la maladie étant aléatoire, le nombre de sujets atteints soit X est régi par une loi binomiale de paramètres $p = 0,1$ et $n = 5, q = 0,9$

$$P\{X = k\} = P_k = C_n^k p^k q^{n-k} \quad k = 0, 1, 2..., n$$

2.

$$\begin{aligned} a) \quad & P_5 = (0,1)^5 \simeq 0,00 \\ b) \quad & P_2 = 10(0,1)^2(0,9)^3 \simeq 0,07 \\ c) \quad & P_1 = 5(0,1)(0,9)^4 \simeq 0,303 \\ d) \quad & P_o = (0,9)^5 \simeq 0,59 \\ e) \quad & P(X \geq 1) = 1 - P_o = 0,41 \end{aligned}$$

3. $E(X) = np = 5(0,1) = 0,5; Var(X) = npq = 5(0,1)(0,9) = 0,45$

Exercice N^{0}3 *(06pts)*:-

4. $f(x) \geq 0$ si $a > 0$; $\int_0^1 f(x)\,dx = 1 \implies \int_0^1 ax^2 dx = 1 \implies a\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = 1 \implies a = 3$

$$\implies f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$E(X) = \int_0^1 xf(x)\,dx = \int_0^1 3x^3 dx = \frac{3}{4} = 0.75$

$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = \int_0^1 3x^4 dx - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{80} = 0.0375$

2. $F_X(t) = P(X < t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{t} 3x^2dx = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ t^3 & 0 < t < 1 \\ 0 & t \geq 1 \end{cases}$

3. $P(X < \frac{1}{2}) = \int_0^{\frac{1}{2}} 3x^2dx = \frac{1}{8} = 0.125 = F\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\begin{aligned} P(X \quad < \quad \frac{1}{2}/X < \frac{3}{4}) = P(B\ /\ A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} &= \frac{P((X < \frac{1}{2}) \cap (X < \frac{3}{4}))}{P(X < \frac{3}{4})} \\ = \quad \frac{P(X < \frac{1}{2})}{P(X < \frac{3}{4})} = \frac{\int_0^{\frac{1}{2}} 3x^2dx}{\int_0^{\frac{3}{4}} 3x^2dx} = \frac{F\left(\frac{1}{2}\right)}{F\left(\frac{3}{4}\right)} &= \frac{0,125}{0,42188} \simeq 0,3 \end{aligned}$$

Exercice N°3 *(05pts)*:-

x_i	n_i	N	n_ix_i	$n_ix_i^2$
0	13	13	0	0
1	27	40	27	27
2	27	67	54	108
3	19	86	57	171
4	9	95	36	144
5	3	98	15	75
6	1	99	6	36
7	1	100	7	49
Total	100		202	610

a) Calcul de mode: la distribution est bimodale: les deux mode sont 1et 2.

b) la médiane est égale à 2.

c) la moyenne arithmétique est $\bar{X} = \frac{\sum n_ix_i}{\sum n_i} = \frac{202}{100} = 2,02$.

d) $\sigma_x = \sqrt{\frac{610}{100} - (2,02)^2} = 1,421$.