

09/02/2010

تمرين 1:

- يوجد حارسان A, B للمراقبة مصنع. احتمال تواجد الحارس A هو 0,8 واحتمال تواجد الحارس B هو 0,7 واحتمال تواجدهما معا هو 0,6.
- ما هو احتمال أن يكون المصنع تحت رقابة أحد هما على الأقل؟
  - أن لا يكون أي حارس يراقب؟
  - أنه لما يغيب الحارس B، يكون الحارس A غائبا كذلك؟
  - ما هو احتمال أن يكون الحارس A في منصبه؟

تمرين 2:

- صندوق يحتوي على 10 كرات مرصعة، 3 كرات تحمل الرقم 1، كرتان تحملان الرقم 2 و 5 كرات تحمل الرقم 3. ن سحب كرتين ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل جداء العددين الظاهرين على الكرتين.
- عين قانون احتمال X واحسب  $E(X)$ ,  $\sigma(X)$ .
  - ما هو احتمال أن يأخذ هذا الجداء قيمة تساوي 12 على الأقل؟
  - محسورة تماما بين 2 و 26؟

تمرين 3:

$$f(x) = \begin{cases} 2 \sin x & ; -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & ; x \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

هل الدالة f تمثل كثافة احتمالية؟ علل اجابته.

تمرين 4:

$\gamma$	0	1	2	$n_{i.}$
$0,2[$	10	4	a	17
$4,4[$	15	10	b	
$6,6[$	3	6	3	
$n_{.j}$				N=60

- لدينا الجدول التالي:
- عين قيمة a, b وامل الجدول.
  - احسب معامل الارتباط الخطي ك ماذا تفسرنتج؟

09/02/2010

تصحيح الامتحان  
MATHS 4

LMD, ST2

تمرين 1: 5,25 pts

$P(A) = 0,8$  " الحارس A موجود في منزله "

$P(B) = 0,7$  " " " " " B " " "

$P(A \cap B) = 0,6$

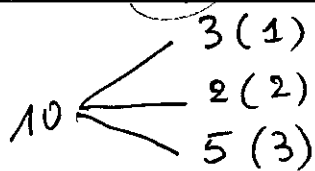
1)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8 + 0,7 - 0,6 = 0,9$

2)  $P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,3$

3)  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,9 = 0,1$

4)  $P(\bar{A} | \bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3} = 0,33$

5)  $P(A | \bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0,8 - 0,6}{0,3} = \frac{2}{3} = 0,66$



تمرين 2: 5,75 pts

Card SU =  $C_{10}^2 = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$

$X(SU) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$

$P(X=1) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}$ ;  $P(X=2) = \frac{C_3^1 C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{6}{45}$

$P(X=3) = \frac{C_3^1 C_5^1}{C_{10}^2} = \frac{15}{45}$ ;  $P(X=4) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}$

$P(X=6) = \frac{C_2^1 C_5^1}{C_{10}^2} = \frac{10}{45}$ ;  $P(X=9) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{10}{45}$

$X_i$	1	2	3	4	6	9	$\Sigma$
$P(X=X_i)$	$\frac{3}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{10}{45}$	$\frac{10}{45}$	1
$X_i P(X=X_i)$	$\frac{3}{45}$	$\frac{12}{45}$	$\frac{45}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{60}{45}$	$\frac{90}{45}$	$\frac{214}{45}$
$X_i^2 P(X=X_i)$	$\frac{3}{45}$	$\frac{24}{45}$	$\frac{135}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{360}{45}$	$\frac{810}{45}$	$\frac{1348}{45}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^6 X_i P(X=X_i) \quad (0,1)$$

$$E(X) = \frac{214}{45} = 4,7\bar{7}$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 7,39 \quad (0,5)$$

$$\sigma(X) = 2,7 \quad (0,2)$$

$$2- P(X \geq 12) = 0 \quad (0,1)$$

$$3- P(2 < X < 26) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=6) + P(X=9) = \frac{15}{45} + \frac{1}{45} + \frac{10}{45} + \frac{10}{45} = \frac{36}{45} \quad (0,1)$$

نقطة 3:  $\frac{11}{45}$

$$\left( \begin{array}{l} 1) f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \text{ID} f \\ 2) \int_{\text{ID} f} f(x) dx = 1 \end{array} \right) \Rightarrow (f \text{ كثافة احتمالية})$$

$$x = -\frac{\pi}{2}; \quad f(x) = f(-\frac{\pi}{2}) = 2 \sin(-\frac{\pi}{2}) = -2 < 0$$

ومنه الترتيب ④ غير صحيح! إذن  $f$  ليست كثافة احتمالية.

نقطة 4:  $\frac{7}{12} \text{PK}$

بما أن  $X$  متغيراً عشوائياً مستمرًا، إذن نأخذ من كثافة الاحتمال

$$b = 6 \quad (0,5)$$

$$a = 3 \quad (0,5)$$

$c_i \backslash Y$	0	1	2	$n_{i\cdot}$	$n_{i\cdot} c_i$	$n_{i\cdot} c_i^2$	$\sum_j n_{ij} c_i y_j$
1	10	4	6	17	17	17	10
3	0	30	36	31	93	279	66
5	0	30	30	12	60	300	60
$n_{\cdot j}$	28	20	12	$N=60$	170	596	
$n_{\cdot j} y_j$	0	20	24		44		136
$n_{\cdot j} y_j^2$	0	20	48		68		
$\sum_i n_{ij} c_i y_j$	0	64	72				136

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^3 n_{i\cdot} c_i = \frac{170}{60} = 2,83$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^3 n_{\cdot j} y_j = \frac{44}{60} = 0,73$$

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^3 n_{i\cdot} c_i^2 - \bar{X}^2 = 1,92 \Rightarrow \sigma(X) = 1,38$$

$$\text{Var}(Y) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^3 n_{\cdot j} y_j^2 - \bar{Y}^2 = 0,6 \Rightarrow \sigma(Y) = 0,77$$

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 n_{ij} c_i y_j - \bar{X} \bar{Y} = 0,2$$

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma(X) \sigma(Y)} = 0,18$$

نتیجه آنکه لا یوجد ارتباط خطی بین  $X$  و  $Y$ .