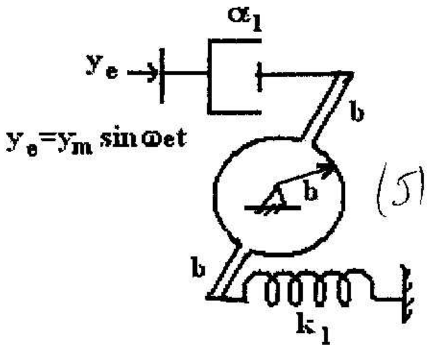
جامعة قسنطينة
مقياس Physique 3

هيكل الجذع المشترك ع . د. ت
2008/2009

الامتحان الأول



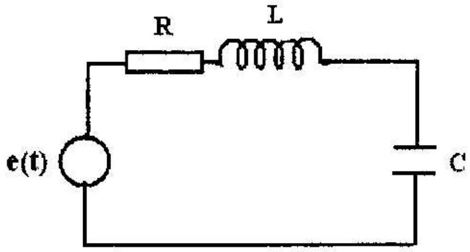
شكل 1

التمرين الأول (05 نقاط) :

1. بإستعمال الطريقة الديناميكية أوجد المعادلة التفاضلية التي تمثل حركة الاهتزازات الصغيرة للنظام الممثل في الشكل (1).
2. أعط شكل الحل العام في حالة تخامدات ضعيفة .
3 . حدد ثوابت الحل الدائم ثم مثل منحنى الرنين.

التمرين الثاني (09 نقاط):

لتكن الدارة RLC محرضة بجهد e(t).



شكل 2

الجزء A :

التحريض e(t) يكون على الشكل:

$$e(t) = \begin{cases} E_m & 0 < t < T/2 \\ -E_m & T/2 < t < T \end{cases}$$

1. أوجد المعادلة التفاضلية للحركة في المجال [0 , T/2] بدلالة فرق الكمون بين أقطاب المكثفة $V_c(t)$.
2. أعط الحل المتجانس لما عامل الجودة $Q = 10$.
3. سجل مجرب النتائج التالية:

A_1(V)	A_2(V)	T(ms)	δ=	λ=	τ=	ω_0=.......
6.64	2	10	....	....	....	....

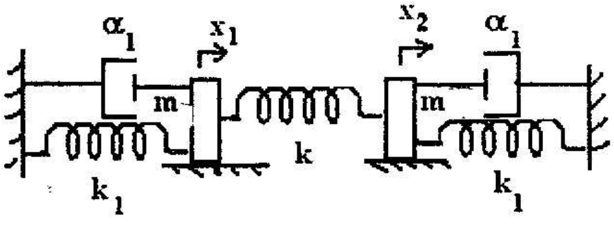
حيث: A_2, A_1 سعتين متتاليتين، T شبه الدور، δ التناقص اللوغاريتمي، λ معامل التخامد، τ ثابت الزمن، ω_0 النبض الذاتي.
أكمل الجدول و أستنتج المعادلة التفاضلية بدون طرفها الثاني.

الجزء B :

الدارة محرضة بجهد جيبي $e(t) = E_m \cos(\omega_e t)$

1. أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.
2. أوجد عبارة سعة الحل الدائم بدلالة عامل الجودة Q .
3. ما هو الشرط الذي من أجله تكون لدينا ظاهرة رنين؟ حدد في هذه الحالة السعة العظمى.

التمرين الثالث (06 نقاط):



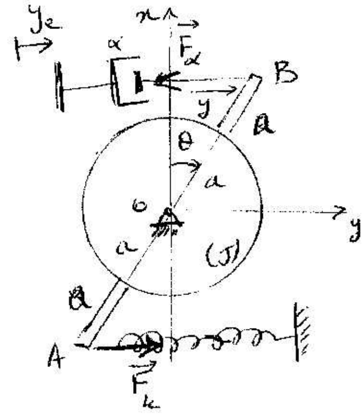
شكل3

1. أوجد المعادلة التفاضلية التي تمثل حركة الاهتزازات الصغيرة للنظام الممثل في الشكل (3).
2. أدرس الحل وأعط شكله لو $\alpha_1 = [4 k_1 m]^{1/2}$

Physique 3 قسم الجذع المشترك ST

2008 / 2009

الامتحان الأول
التصحيح النموذجي



التمرين الأول : (05pt)

1) معادلة الحركة : $\sum \vec{\mathcal{M}}_{/O}(\vec{F}_{app}) = J\ddot{\vec{\theta}}$

$$\vec{OA}\wedge\vec{F}_k + \vec{OB}\wedge\vec{F}_\alpha = J\ddot{\vec{\theta}}$$

(01,5pt)
$$\ddot{\theta} + \frac{4a^2\alpha}{J}\dot{\theta} + \frac{4a^2k}{J}\theta = \frac{2a\alpha y_m}{J}\omega_e\cos\omega_e t$$

معادلة على الشكل: $\ddot{\theta} + 2\lambda\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = d\omega_e\cos\omega_e t$

2) للاخامدات ضعيفة الحل العام يكون على الشكل : $\theta = \theta_h + \theta_p$ حيث : (1,5pt)

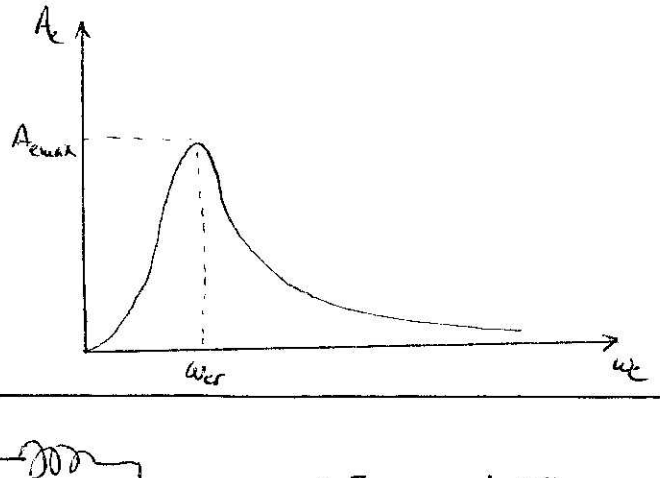
$\theta_h = Ce^{-\lambda t}\cos(\omega t+\varphi)$ مع $\omega = \sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}$ و $\theta_p = A_e\cos(\omega_e t+\varphi_e)$

3) الحل الدائم هو θ_p لأن $\theta_h \to 0$ بعد زمن طويل

A_e ، φ_e نستعمل التمثيل بالأعداد المركبة :

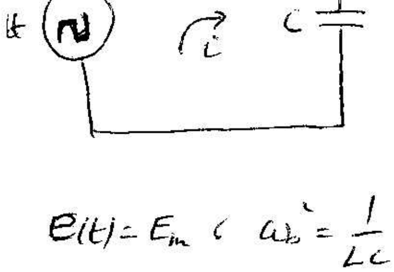
$$\bar{A}_e = \frac{d\omega_e}{(-\omega_e^2+\omega_0^2)+j2\lambda\omega_e} \Rightarrow \begin{cases} A_e = \dfrac{d\omega_e}{\sqrt{(-\omega_e^2+\omega_0^2)^2+4\lambda^2\omega_e^2}} \\ -\varphi_e = -\mathrm{Arctg}\,\dfrac{2\lambda\omega_e}{-\omega_e^2+\omega_0^2} \end{cases}$$

(2pt)



التمرين الثاني (09pt)

الجزء A : (06pt)



$$e(t) = \begin{cases} E_m & 0<t<T/2 \\ -E_m & T/2<t<T \end{cases}$$

1) معادلة الحركة :

$$\ddot{V}_c + \frac{R}{L}\dot{V}_c + \frac{1}{LC}V_c = \frac{1}{LC}\,e(t)$$ (03pt)

معادلة من الشكل : $\ddot{V}_c + 2\lambda\dot{V}_c + \omega_0^2 V_c = \omega_0^2 E_m$

حيث ، $2\lambda = \frac{R}{2}$ ، $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ ، $e(t) = E_m$

* $Q = 0.1 \Rightarrow Q < \frac{1}{2} \Rightarrow V_{ch} = Ae^{P_1 t} + Be^{P_2 t}$; $P_{1,2} = -\lambda \mp \sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}$

* $Q = 10 \Rightarrow Q \geq \frac{1}{2} \Rightarrow V_{ch} = Ce^{-\lambda t}\cos(\omega t+\varphi)$; $\omega = \sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}$ (2pt)

$A_1(V)$	$A_2(V)$	T (ms)	$\delta = \ln \frac{A_1}{A_2}$	$\lambda = \frac{\delta}{T}$ (s^{-1})	$\tau = \frac{1}{\lambda}$ (s)	$\omega = \sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2}+\lambda^2}$ (rd/s)
6.64	2	10	1.2	120	$8.33\,10^{-3}$	639.67
3.32	1					

$$\omega_0 = \frac{1}{T}\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}$$

$$\ddot{V}_c + 2\lambda \dot{V}_c + \omega_0^2 V_c = 0 \implies \ddot{V}_c + 240\,\dot{V}_c + 4.0918\,10^5\, V_c = 0$$

(1pt)

الجزء B : (03pt)

(1

(2

$$\ddot{V}_c + 2\lambda \dot{V}_c + \omega_0^2 V_c = \omega_0^2 E_m \cos \omega_e t$$

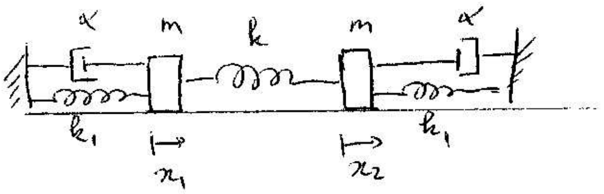
$$\implies A_e = \frac{\omega_0^2 E_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + 4\lambda^2\omega_e^2}} = \frac{E_m}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega_e^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2}\frac{\omega_e^2}{\omega_0^2}}}$$

3) الشرط الذي من أجله تكون ظاهرة رنين ⇐

$$\frac{dA_e}{d\omega_e} = 0 \implies Q > \frac{1}{2}$$

$$\omega_{er}^2 = \omega_0^2\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) \quad ; \quad A_{e\,max} = \frac{E_m Q}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}$$

التمرين الثالث : (06pt)



(1 (3pts)

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_1} = 0 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_2} = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} m\ddot{x}_1 + \alpha\dot{x}_1 + (k_1+k)x_1 = k x_2 \\ m\ddot{x}_2 + \alpha\dot{x}_2 + (k_1+k)x_2 = k x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\lambda\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 = a x_2 \\ \ddot{x}_2 + 2\lambda\dot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 = a x_1 \end{cases}$$

(3pts)

$① + ②$; $X_1 = x_1 + x_2 \implies \ddot{X}_1 + 2\lambda\dot{X}_1 + \Omega_1^2 X_1 = 0$; $\Omega_1^2 = \omega_0^2 - a$; $X_1 = (A_1 t + B_1)e^{-\lambda t}$

$① - ②$; $X_2 = x_1 - x_2 \implies \ddot{X}_2 + 2\lambda\dot{X}_2 + \Omega_2^2 X_2 = 0$; $\Omega_2^2 = \omega_0^2 + a$; $X_2 = A_2 e^{-\lambda t}\cos(\Omega_2' t + \phi_2)$

مع $\Omega_2'^2 = \Omega_2^2 - \lambda^2$

إذن ،

$$x_1 = \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{1}{2}\left\{(A_1 t + B_1)e^{-\lambda t} + A_2 e^{-\lambda t}\cos(\Omega_2' t + \phi_2)\right\}$$

$$x_2 = \frac{X_1 - X_2}{2} = \frac{1}{2}\left\{(A_1 t + B_1)e^{-\lambda t} - A_2 e^{-\lambda t}\cos(\Omega_2' t + \phi_2)\right\}$$