كـلـيـة التكنولوجيا- قسم العلوم التقنية السنـة الأولى علوم تقنية	جامعـــة عمار ثليـجي بالأغـواط **إختبار في الرياضيات 2**	يــوم: 07 ماي 2017 المـدة: ساعة و 30 دقيقة

التمرين الأول[06 نقاط]: I- ليكن التابع الحقيقي $g(x)=x^5+x-1$

برهن على أنَّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل على الأقل حلاً في المجال $]0\ ,\ 1[$.

II- ليكن التابع الحقيقي $h:]-1\ ,+\infty[\to\mathbb{R}$ حيث: $h(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x}}$

1)- أحسب مشتق التابع h ، ثم أحسب المشتق الثاني للتابع h. واستنتج رتابة $h(x)$ ، $h'(x)$.

2)- بيِّن أنَّ $\forall x\in[3\ ,8]:\quad \dfrac{5}{27}\le\dfrac{h(x)-\frac{3}{2}}{x-3}\le\dfrac{5}{16}$

التمرين الثاني[06 نقاط]: نعتبر التابع الحقيقي $\varphi:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$ حيث: $\varphi(x)=\dfrac{x^2+1}{(x+1)^3}$

أ)- برهن بالتراجع على n أنَّ المشتق النوني $\varphi^{(n)}$ للتابع φ يعطى بالعلاقة:

$\varphi^{(n)}:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$ حيث: $\varphi^{(n)}(x)=(-1)^n n!\dfrac{(x-n)^2+n+1}{(x+1)^{n+3}}$

ب)- من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ استنتج قيمة $\varphi^{(n)}(0)$.

جـ)- أعط النشر المحدود للتابع φ من المرتبة n في جوار الصفر.

التمرين الثالث[08 نقاط]: I– لتكن المصفوفة $M=\begin{pmatrix}2&1&0\\-3&-1&1\\1&0&-1\end{pmatrix}$

1- أحسب $C=I_3-M$ و $D=I_3+M+M^2$ ، ثم أحسب $C\cdot D$ و $D\cdot C$.

2- استنتج أنَّ المصفوفة C قابلة للقلب، ثم عين C^{-1}.

II– ليكن f تماثلاً ذاتيًا للفضاء الشعاعي $E=\mathbb{R}^3$ ($f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ خطي) و $\Omega=\{e_1\ ,e_2\ ,e_3\}$ الأساس القانوني للفضاء $E=\mathbb{R}^3$ حيث:

$$f(e_1)=3e_1+2e_2+2e_3\ \ ,\ f(e_2)=2e_1+3e_2+2e_3\ \ ,\ f(e_3)=2e_1+2e_2+3e_3$$

1- من أجل $u=(x\ ,y\ ,z)$ شعاعًا من $E=\mathbb{R}^3$ عين الصورة $f(u)$ ، ثم أعط الكتابة التحليلية للتطبيق f .

2- عين نواة وصورة f ثم أوجد بُعد كل منهما. هل f تشاكل ذاتي ؟

3- عين المصفوفة $A=M(f\ ,\Omega)$ المرفقة بالتطبيق f في الأساس القانوني Ω.

4- لتكن الأشعة $v_1=(1\ ,0\ ,-1)\ ,\ v_2=(0\ ,1\ ,1)\ ,\ v_3=(1\ ,0\ ,1)$

أ)- بين أن الجملة $\omega=\{v_1\ ,v_2\ ,v_3\}$ تشكل أساسًا للفضاء $E=\mathbb{R}^3$.

ب)- عين $P=P(\Omega\ ,\omega)$ مصفوفة الانتقال من الأساس Ω إلى الأساس ω ، ثم أوجد P^{-1} .

جـ)- عين المصفوفة $B=M(f\ ,\omega)$ المرفقة بالتطبيق f في الأساس ω.