

Ex 1 (3 pts) : a) Qu'est ce qu'un mouvement accéléré ? b) Qu'est ce qu'un mouvement retardé ? c) Dans le cas d'un mouvement curviligne, comment peut-on savoir si un mouvement est accéléré ou retardé ?

Ex 2 (2 pts) : Dans un référentiel galiléen, on considère un point matériel soumis à plusieurs forces, certaines sont conservatives et d'autres non conservatives.

- A quoi est égale la variation de l'énergie cinétique entre deux points arbitraires de la trajectoire ?
- A quoi est égale la variation de l'énergie mécanique entre deux points arbitraires de la trajectoire ?

Ex 3 (2.5 pts) : Dans un référentiel \mathcal{R} , on considère un système constitué d'un point matériel de masse m , de position \vec{r} et de vitesse \vec{v} .

- Quel est par rapport à l'origine de \mathcal{R} le moment cinétique \vec{L} ?
- Citer deux situations différentes pour lesquelles \vec{L} se conserve au cours du temps ?

Ex 4 (1 pt) : On considère un système de deux points matériels. Quelle est la valeur de la quantité de mouvement totale de ce système dans le référentiel du centre de masse ?

Ex 5 (3.5 pts) : On considère un point matériel soumis à une force centrale.

- Qu'est ce qu'une force centrale ?
- Le mouvement de ce point matériel peut-il être hélicoïdal (la trajectoire est une hélice) ? Justifier votre réponse.
- On appelle vitesse aréolaire la dérivée par rapport au temps de l'aire balayée par le vecteur position. On rappelle que dans le cas d'une force centrale, cette vitesse est constante. Montrer dans ce cas que le vecteur position balaie des aires égales pendant des durées égales.

Ex 6 (2 pts) : L'abscisse curviligne d'un point matériel décrivant un cercle de rayon R est

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt, \quad a \text{ et } b \text{ étant des constantes.}$$

- Déterminer en fonction du temps t , du rayon R et des constantes a et b les composantes tangentielle γ_T et normale γ_N de l'accélération.
- Déduire le module $|\vec{\gamma}|$ de l'accélération.

Ex 7 (6 pts) : Un objet suspendu à un fil de longueur l est écarté de la verticale d'un angle α_0 . De cette position, l'objet est lâché sans vitesse initiale. En utilisant trois méthodes différentes,

- la conservation de l'énergie mécanique,
 - le théorème de l'énergie cinétique,
 - le principe fondamental de la dynamique (2^{ème} loi de Newton),
- déterminer la vitesse de l'objet au moment où le fil forme un angle α_1 avec la verticale.

Ex 1:

- a) Un mouvement est dit accéléré si le module de la vitesse est une fonction croissante du temps (1)
- b) Un mouvement est dit retardé si le module de la vitesse est une fonction décroissante du temps (1)
- c) Soit \vec{v} et \vec{a} la vitesse et l'accélération d'un point.
 si $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$, le mouvement est accéléré (0,5)
 si $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$, le mouvement est retardé (0,5)

Ex 2:

- a) la variation de l'énergie cinétique est égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées au point. (1)
- b) la variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux de toutes les forces non conservatives. (1)

Ex 3: a) $\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}$ (0,5)

- b) \vec{L} se conserve si
- le système est isolé (1)
 - le système est soumis à une force centrale, le centre étant l'origine de \vec{r} . (1)

Ex 4: La quantité de mouvement totale est nulle. (1)

Ex 5: a) Une force \vec{F} est dite centrale si le vecteur \vec{F} se dirige toujours vers un point fixe (1)

b) Non. (0,5) Le mouvement doit être plan (0,5)

c) soit S l'aire balayée. Alors $\frac{dS}{dt} = c$ ou c est une constante. Ainsi $dS = c dt$

Entre les instants t_1 et t_2 , l'aire balayée est

$$S(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} c dt = c(t_2 - t_1)$$

Entre les instants t_3 et t_4 , l'aire balayée est

$$S(t_3, t_4) = \int_{t_3}^{t_4} c dt = c(t_4 - t_3)$$

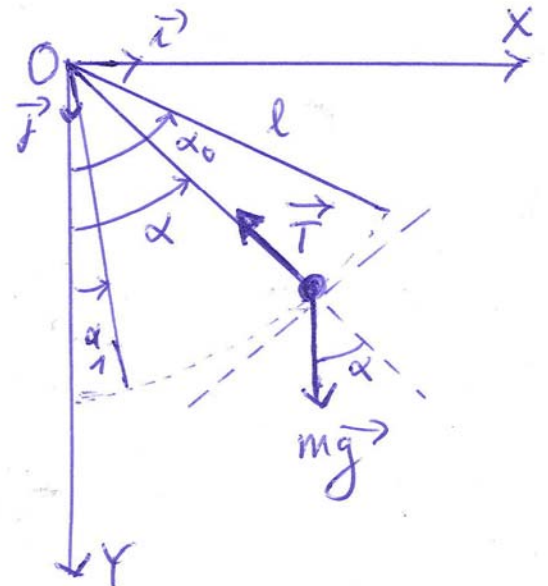
Si $t_2 - t_1 = t_4 - t_3 \Rightarrow S(t_1, t_2) = S(t_3, t_4)$ (1,5)

Ex 6: La vitesse est $v = \frac{ds}{dt} = at + b$ (0,5)

a) $\gamma_T = \frac{dv}{dt} = a$ (0,5) $\gamma_N = \frac{v^2}{R} = \frac{(at+b)^2}{R}$ (0,5)

b) $|\vec{\gamma}| = \sqrt{\gamma_T^2 + \gamma_N^2} = \left[a^2 + \frac{(at+b)^4}{R^2} \right]^{1/2}$ (0,5)

Ex 7: Dans le repère OXY , l'axe OY est vertical et est dirigé vers le bas. On choisira le point O comme référence d'énergie potentielle nulle. On notera m la masse de l'objet et \vec{T} la tension du fil.



a) En α_0 , l'énergie mécanique est: $E_M = -mgl \cos \alpha_0$

En α_1 : $E_M = -mgl \cos \alpha_1 + \frac{1}{2} mV^2$

On a donc: $-mgl \cos \alpha_0 = -mgl \cos \alpha_1 + \frac{1}{2} mV^2$

$$V^2 = 2gl (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) \quad (2)$$

b) $\frac{1}{2} mV^2 - 0 = \text{W}(\vec{m}\vec{g}) + \text{W}(\vec{T})$

Le travail de la tension est nul: $\text{W}(\vec{T}) = 0$

Le travail du poids est

$$\begin{aligned} \text{W}(\vec{m}\vec{g}) &= \int \vec{m}\vec{g} \cdot d\vec{r} = \int m\vec{g} \cdot (dx\vec{i} + dy\vec{j}) \\ &= \int_{y(\alpha_0)}^{y(\alpha_1)} mg \, dy = mg [y(\alpha_1) - y(\alpha_0)] \\ &= mg [l \cos \alpha_1 - l \cos \alpha_0] \end{aligned}$$

Ainsi $\frac{1}{2} mV^2 = mgl (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0)$, soit $V^2 = 2gl (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) \quad (2)$

c) Dans la position α , on a $m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$, \vec{a} étant l'accélération.

En projetant sur l'axe tangentielle, on a

$$mg \sin \alpha = m \frac{dV}{dt} = m \frac{dV}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = -m \frac{dV}{d\alpha} \frac{V}{l} \quad \left(\text{car } \frac{d\alpha}{dt} = -\frac{V}{l} \text{ (car } \alpha < 0 \right)$$

Ainsi $V \, dV = -gl \sin \alpha \, d\alpha$

$$\int_0^V V \, dV = -gl \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \sin \alpha \, d\alpha \Rightarrow \frac{V^2}{2} = gl (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0)$$

soit $V^2 = 2gl (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) \quad (2)$