CHAPITRE II

Lois générales de l'hydrodynamique

1- Définition:

L'hydrodynamique est l'étude des relations entre les forces d'origine moléculaire et les mouvements des liquides.

a- Vitesse:

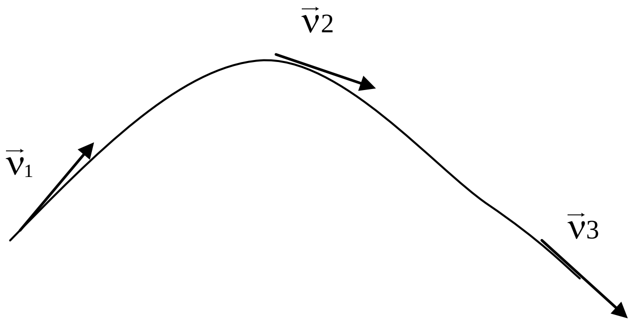
Au cours de l'écoulement d'un Fluide, chaque particule de matière, assimilée à un point, possède à chaque instant une vitesse V et décrit lorsque le temps varie, une courbe appelée trajectoire ou ligne Fluide.

La vitesse peut:

- Varier d'un point à un autre du fluide.
- En chaque point varier avec le temps.

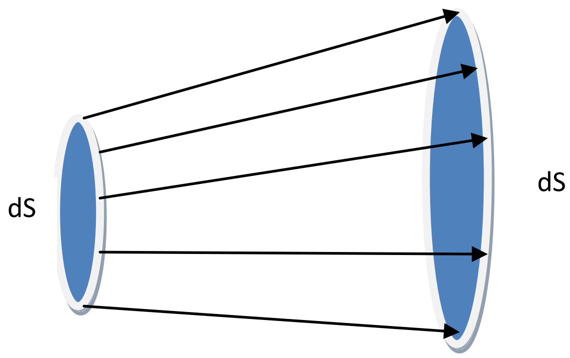
b- Lignes de courants:

On appelle lignes de courant, des lignes tangentes en chacun de leur point à la direction des vectrices vitesses d'écoulement à l'instant t.



c- Tube de courant –Filet- veine.

Un tube de courant représente une partie élémentaire du Fluide en mouvement, limitée par des lignes de courant.



Un Filet courant ou filet fluide est tube de courant de section infiniment petite. La juxtaposition d'une infinité de Filets Fluide ou de plusieurs tubes de courant donne une veine Fluide.

d- Ecoulement stationnaire (permanent):

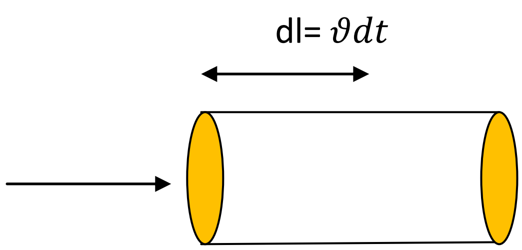
Un écoulement est stationnaire ou permanent, lorsque le champ de vitesse ne dépend pas du tempe. Un tel mouvement n'implique également que la pression, la température et la masse volumique ne dépendent pas du temps.

Dans ce mouvement, les vitesses varient seulement d'un point à un autre du Fluide, mais a chaque point, la vitesse a toujours la même valeur quelque soit le temps:

La vitesse est Fonction uniquement des coordonnées x,y,z du point v=f(x,y,z).

2- Débits:

a- débit volumique:



Soit tube de courant formée de filets de fluides, la vitesse V est constante en tout point, pendant l'intervalle de temps dt, le liquide se déplace de $\vec{dl}=\vec{V}dt$, passant de S à S c-a-d qu'il est passé à travers S un volume de liquide égal à $dV=S\nu dt$ et un débit volumique Q égal par définition à $Q=\frac{d\nu}{dt}=S\nu$ $s\nu \rightarrow Q=S\nu$

L'unité du débit volumique dans le système SI est le m^3/s.

L'unité du débit volumique dans le système C.G.S. est le cm^3/s.

b-Le débit massique:

Le débit massique étant la masse de liquide qui traverse une section par unité de temps: $Q_m = \frac{dm}{dt}$

$dm = \rho dV = \rho\ S\ \vartheta\ dt \rightarrow Q_m = \rho\ S\ \vartheta$

L'imite du débit massique dans le système SI est le kg/s.

L'imite du débit massique dans le système C.G.S est le kg/s.

3- Principe de base

L'analyse mathématique de l'écoulement d'un fluide, peut s'effectuer à l'aide de l'application des principes de base suivants:

- Le principe de la conservation de la masse, à partir duquel ou établit l'équation de la continuité.
- Le principe de la conservation de l'énergie qui permet d'obtenir l'équation fondamentale de l'écoulement des fluides.

4- Equation de la continuité.

Considérons un fluide s'écoulant en Régine permanent sous la forme d'un tube de courant; le fluide entre par l'extrémité de section S, et sort par l'extrémité de section S_2. Comme nous avons un régime permanent, il entre par S, une masse dm, de Fluide et sort obligatoirement par S_2 une masse égale $dm_2 = dm_1$ d'où: $\underline{dV_1 = dv_2}$. Pendant un temps dt, la masse dm_1 parcourt une distance $dl_1 = \vartheta_1.dt$ au niveau de S_1 et la masse dm_2 parcourt une distance $dl_2 = \vartheta_2.dt$ au niveau de S_2.

On a: $dV_1 = S_1.\vartheta_1.dt$ et $dV_2 = S_2.\vartheta_2.dt$

Comme $dV_1 = dV_2$ alors: $S_1 \vartheta_1 dt = V_2.\vartheta_2\, dt$

Donc: $S_1 \vartheta_1 = S_2.\vartheta_2$ c'est l'équation de continuité.

5- Equation Fondamentale de l'écoulement des Fluides.

S'il n'y a pas d'échange de travail et de chaleur, on peut écrire l'équation Fondamentale de l'écoulement des fluides, en appliquant le principe de la conservation des énergies.

La somme des énergies entrantes = la somme des énergies sortantes.

$E_{c1}+E_{p1}+(F_1l)+U_1=E_{c2}+E_{p2}+(F_2l)+U_2$.

Tell que:

E_{C1}: énergie cinétique.

E_{p1}: énergie potentielle.

F_1l: énergie massique de pression.

U_1: énergie interne.

Dynamique des Fluides incompressibles.

1- Définition:

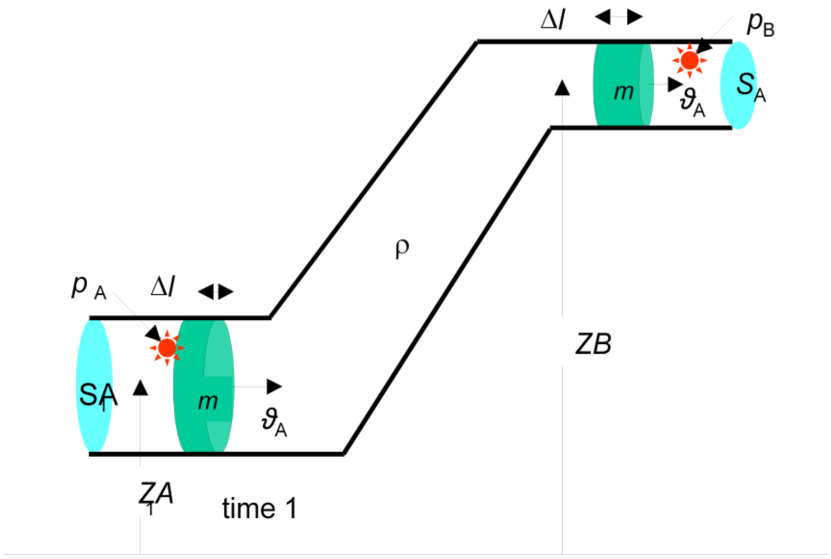
Les fluides incompressibles sont ceux pour les quels le déplacement a lieu sans chargement sensible de volume ou sans variation de masse volumique.

2- Ecoulement d'un Fluide parfait.

2-1 Définition:

Un Fluide parfait est un fluide non visqueux, qui n'offre aucune résistance à un changement de forme quelconque.

2-2 Equation fondamentale (Equation de Bernoulli)



Considérons un tube de courant délimité par deux sections S_A et S_B, telles que les vitesses $\vec{\vartheta}_A$ et $\vec{\vartheta}_B$ et les pressions P_A et P_B dans ces sections soient constantes.

Soit la pression s'exécrant sur la section S_A en point A à l'altitude Z_A est P_A, celle s'exécrant sur S_B en point B à l'altitude Z_B est P_B.

Pendant un intervalle de temps infiniment petit dt, la masse de liquide qui s'écule à travers la section S_A est:

$dm = \rho\, dV = \rho\, S_A dl_A = \rho\, S_A.\, \vartheta_A\, dt \rightarrow S_A\, \vartheta_A\, dt = \frac{dm}{\rho}$ …. (1)

De même, la masse de liquide qui s'écoule à travers la section S_B est:

$dm = \rho\, dV = \rho\, S_B\, dl_B = \rho\, S_B.\, \vartheta_B\, dt \rightarrow S_B\, \vartheta_N\, dt = \frac{dm}{\rho}$ …. (2)

La variation d'énergie mécanique totale pour cette masse dm transportée de A en B est égale au travail des forces de pression entre A et B:

$DE_{mT} = F_A.dl_A - F_B.dl_B = P_A.S_A.\, \vartheta_A.\, dt - P_B.S_B.\, \vartheta_B.\, dt$ … (3)

La variation d'énergie cinétique et l'énergie potentielle gravitationnelle pour cette masse dm transportée de A en B sont égales:

$DE_C = \frac{1}{2}\, dm\, (\vartheta^2_B - \vartheta^2_A)$ …. (4)

$DE_p = -\, dm.\, g\, (Z_A - Z_B)$ …. (5)

Or:

$DE_{mT} = DE_C + DE_P \leftrightarrow$

$$P_A\, S_A\, \vartheta_A\, dt - P_B\, S_B\, \vartheta_B\, dt = (\vartheta^2_B - \vartheta^2_A) - dm\, g\, (Z_A - Z_B).$$

Tell que: $S_A\, \vartheta_A\, dt = S_B\, \vartheta_B\, dt = \frac{dm}{\rho}$

D’où: $\frac{\rho}{2}\,\vartheta^2_A + \rho\, g\, Z_A + P_A = \frac{\rho}{2}\,\vartheta^2_B + \rho\, g\, Z_B + P_B$

On appelle cette équation: l'équation de Bernoulli.

Avec: $\frac{\rho}{2}\,V^2$: pression dynamique.

$\rho\, g\, z$: pression de pesanteur.

P: pression statique.

Le théorème de Bernoulli est valable dans les conditions suivantes:

-Les liquide est dépourvu de frottement

- L'écoulement est laminaire.

2-3 Application de l'équation de Bernoulli

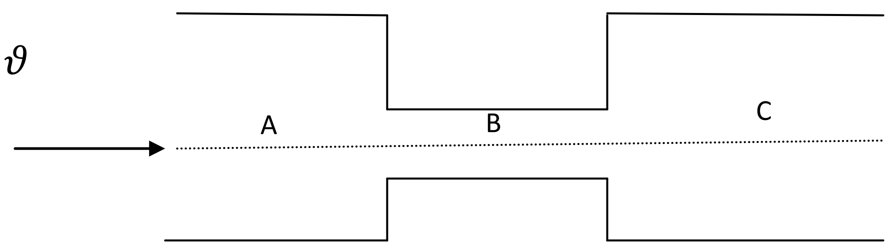
a- Liquide de au repos:

Dans ce cas les vitesses sont nulles; on aura:

$P_B - P_A = \rho\, g\,(Z_A - Z_B)$.

Alors, on retrouve l'équation fondamentale de l'hydrostatique.

b- Phénomène de venturi



L'expérience montre que dans les parties rétrécies d'un tuyau horizontal, la vitesse d'un liquide augmente c'est le phénomène de venturi.

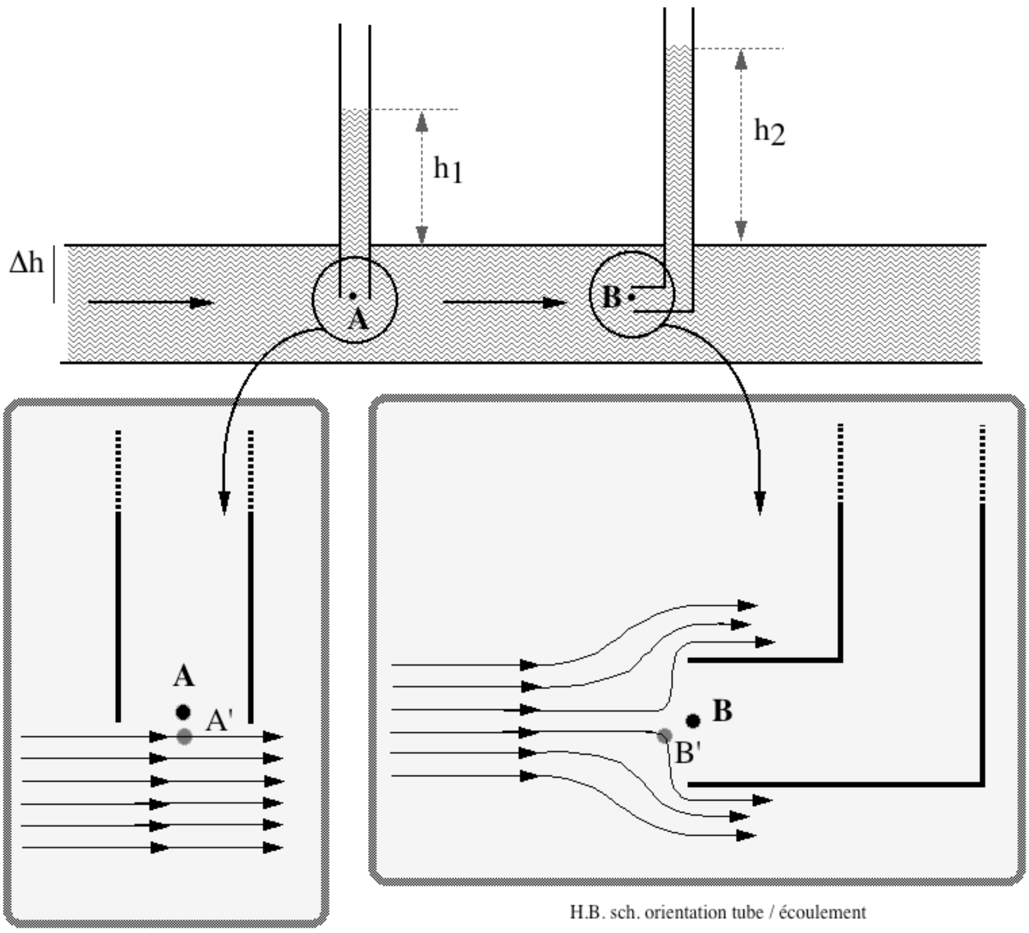
Considérons un tuyau horizontal de séchions variable, l'équation de Bernoulli au point A et B s'écrit comme suit:

$\frac{\rho}{2} \vartheta^2_A + \rho\, g\, Z_A + P_A = \frac{\rho}{2} \vartheta^2_B + \rho\, g\, Z_B + P_B$.

Or: $Z_A = Z_B$ d'où: $P_A - P_B = \rho /2\, (\vartheta^2_B - \vartheta^2_A)$.

Comme le liquide s'écoule de A vers B, alors $P_A > P_B$, il s'en suit alors $\vartheta_B > \vartheta_A$.

<u>C- Mesure de vitesse d'écoulement: Tube de Pilot</u>



H.B. sch. orientation tube / écoulement

On considère un liquide en mouvement dans une conduite horizontale, plaçons un tube ouvert dur l'extrémité est perpendiculaire à la direction d'écoulement.

Au point A, on observe que le liquide monte dans le tube à une hanteur h_1.

On place en un point B voisin de A un autre tube ouvert de forme différente, on constate que le liquide monte à une hanteur h_2 supérieure à h_1.

On peut écrire: $h = h_2 - h_1$.

Appliquons l'équation de Bernoulli aux points A et B:

$$\frac{\rho}{2} \vartheta^2_A + \rho\, g\, Z_A + P_A = \frac{\rho}{2} \vartheta^2_B + \rho\, g\, Z_B + P_B.$$

Comme: $Z_A = Z_B$ et $\vartheta_B = 0$.

Alors: $P_B - P_A = \frac{\rho}{2} \vartheta^2_A \ldots(1)$

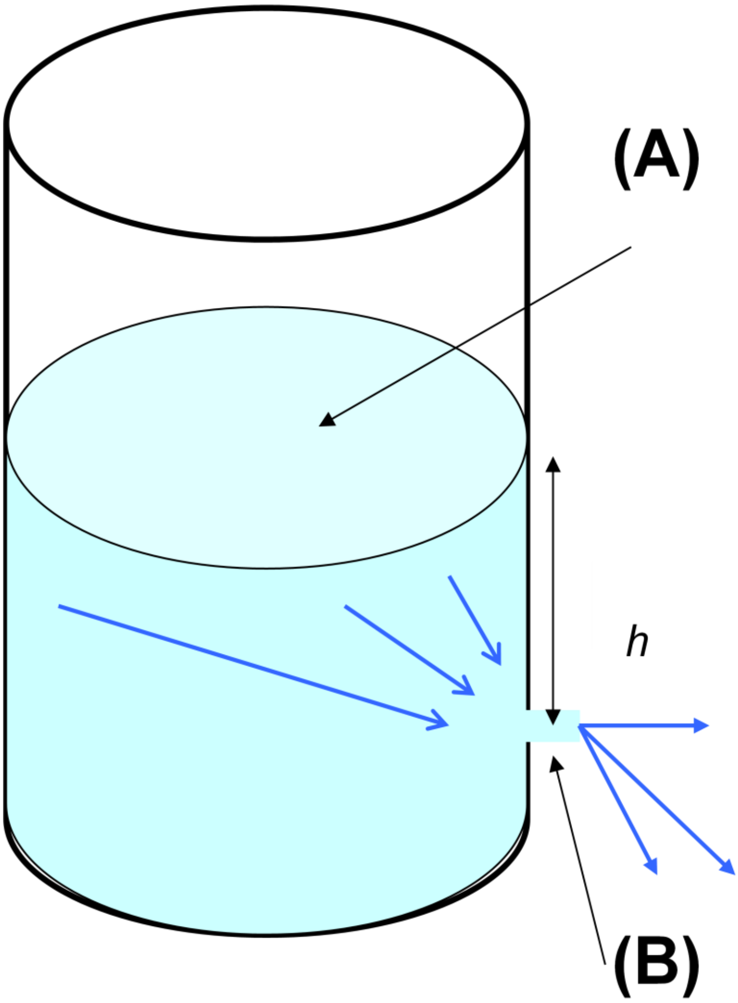
Dans les tubes verticaux, le liquide est au repos, donc on lui applique la relation fondamentale de l'hydrostatique, on aura:

$$\left.\begin{array}{l} P_A - P_{at} = \rho\, g\, h_1 \\ \\ P_B - P_{at} = \rho\, g\, h_2 \end{array}\right\} P_B - P_A = \rho\, g\, (h_2 - h_1) = \rho\, g\, h \ldots (2)$$

Puisque (1) =(2), alors : $\frac{\rho}{2} \vartheta^2 a = \rho\, g\, h \rightarrow \vartheta\, a = \sqrt{2\, gh}$

Cette expression donne la vitesse d’écoulement de liquide dans la conduite horizontale.

d- Ecoulement d'un liquide par un orifice :



Considérons un bassin muni d'un orifice, l'application de l'équation de Berouilli aux point A et B, donne :

$\frac{\rho}{2}\ \vartheta^2{}_A + \rho\ g\ Z_A + P_{at} = \frac{\rho}{2}\ \vartheta^2{}_B + \rho\ g\ Z_B + P_{at}$

$\frac{\rho}{2}\ \vartheta^2{}_A + \rho\ g\ Z_A = \frac{\rho}{2}\ \vartheta^2{}_B + \rho\ g\ Z_B$

D'après l'équation de continuité on a : $Q = \vartheta_A S_A = \vartheta_B . S_B\ \frac{\vartheta A}{\vartheta B} = \frac{SB}{SA} \ll 1$, alors $\vartheta_A \ll \vartheta_B$ et comme $Z_A - Z_B = h$, alors : $\vartheta_B = \sqrt{2\,gh}$