

OPTIQUE

Dr A. BOUTEFNOUCHET

Département de Médecine • Faculté de Médecine • Université Badji Mokhtar • Annaba

0.1. Principe de l'optique géométrique

0.1.1. Principe de Fermat

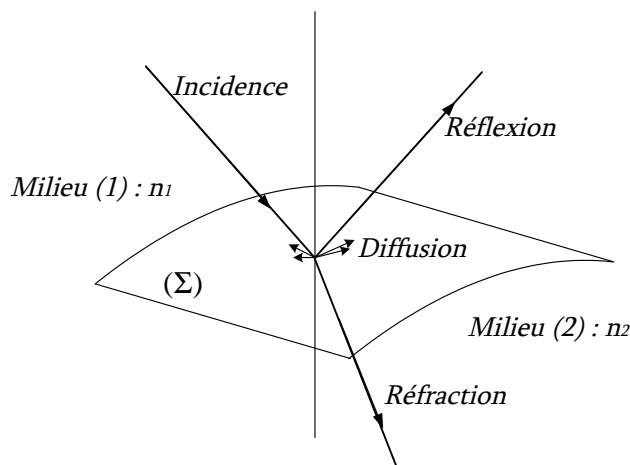
Pour aller d'un point à un autre la lumière prend le chemin qui correspond au temps de parcours minimum. De ce fait le chemin optique est **stationnaire**.

0.1.2. Propagation rectiligne de la lumière

On optique géométrique on admet que la lumière se propage en **lignes droites**. Le trajet rectiligne de la lumière s'appelle **rayon lumineux**. L'ensemble de quelques rayons lumineux, provenant d'une même source lumineuse ou se dirigeant vers un même point, s'appelle **pinceau lumineux**. Le **faisceau lumineux** est un ensemble plus large.

0.1.3. Comportement d'un rayon lumineux sur un dioptre

Dioptre : On appelle dioptre un ensemble composé de deux milieux transparents homogènes et isotropes d'indices de diffraction différents séparés par une surface(Σ).



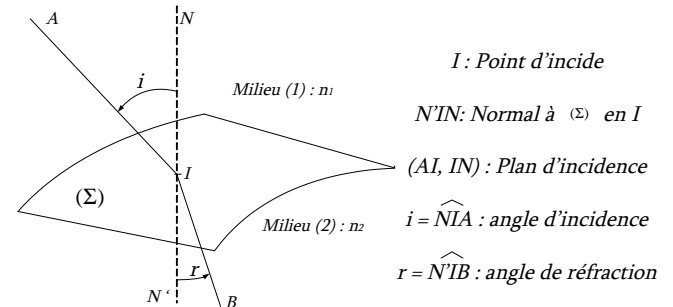
Lorsque la lumière arrive au niveau d'un dioptre on observe trois (03) phénomènes :

- Diffuacsion (negligeable)
- Réflexion
- Réfraction,

Ces trois phénomènes peuvent se produire simultanément mais généralement l'un d'eux prédomine.

0.1.4. Lois de Snell-Descartes

Lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu transparent, d'indice de réfraction n_1 , vers un autre milieu transparent d'indice de réfraction $n_2 \neq n_1$, il subit une déviation : C'est le phénomène de réfraction.



La réfraction se fait selon les deux lois de Snell-Descartes

- 1^{ere} loi: Le rayon réfracté IB se trouve dans le même plan que le plan d'incidence (AI, IN)
- 2^{eme} Loi : Il existe un rapport constant entre les sinus des angles d'incidence et de réfraction

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \implies n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

Si le milieu (1) est le vide alors $n_1 = 1$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{1} = n_2 \equiv \text{indice absolu du milieu (2)}$$

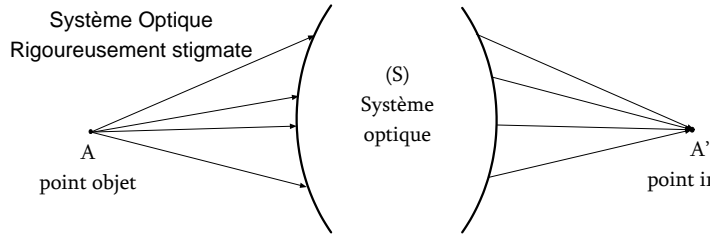
0.1.5. Système optique

Un système optique est un ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces polies. La lumière y subit des réfractions et/ou des réflexions. On distingue deux classes de systèmes optiques :

- Les systèmes dioptriques : formés uniquement de dioptres et la lumière les traverse de bout en bout
- Les systèmes catadioptriques : serie de réfractions et de réflexions

0.1.6. Image d'un point lumineux - Stigmatisme

Considérons un point lumineux A envoyant ses rayons sur un système optique quelconque (S). Si tous les rayons sortant de (S) passent (convergent) par un seul point A' on dira qu'il y a stigmatisme. Le point A' représentera l'image rigoureusement stigmatique de A (point objet)



Par application du principe du retour inverse en plaçant le point lumineux en A' , les rayons sortant de (S) passent automatiquement par A . Ce point (A) sera l'image rigoureusement stigmat de A' .

A est le conjugué de A' par rapport à (S) et inversement. Le système optique (S) est rigoureusement stigmat pour le couple A et A' .

0.2. Eléments de l'optique géométrique

0.2.1. Miroir plan

Un miroir plan est une surface plane totalement réfléchissante. La réflexion des rayons lumineux se fait selon les lois de réflexion.

Lois de réflexion:

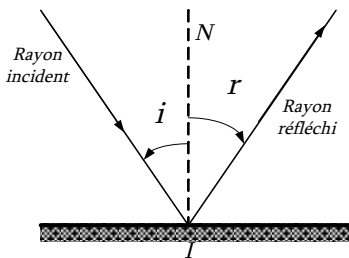
- 1^{ère} loi : Les rayons incident et réfléchi sont dans le plan d'incidence
- 2^{ème} loi : L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence

$$\hat{i} = \hat{r}$$

Image d'un point ponctuel:

Tous les rayons issus du point A semblent provenir du point A' qui est le symétrique de A par rapport au plan du miroir. Quelque soit le point d'incidence I les triangles HAI et $HA'I$ sont identiques : On aura toujours :

$$HA = HA' \quad \forall I$$

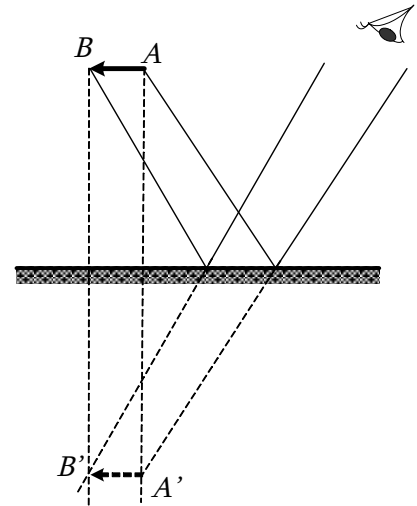


A' est l'image de A . Elle est virtuelle car elle est composée de rayons fictifs. Cette image est unique donc elle est l'image rigoureusement stigmat de A et de ce fait, le

miroir plan est un système optique rigoureusement stigmat. En réalité c'est le seul système optique qui soit rigoureusement stigmat.

En règle générale l'image donnée par un miroir plan est toujours de nature opposée à celle de l'objet de sorte que si l'objet est réel son image est virtuelle et inversement.

Image d'un objet étendu: L'image $A'B'$ d'un objet étendu AB est son symétrique par rapport au miroir plan. Ce dernier constitue donc un plan de symétrie entre l'objet et son image.

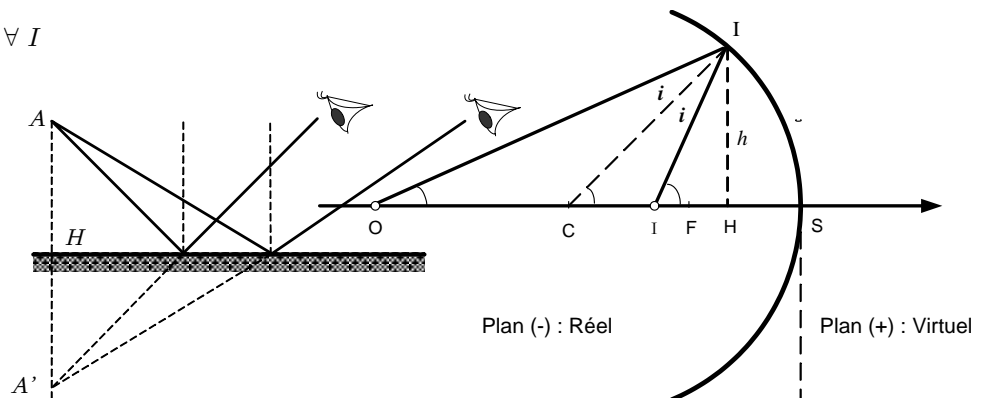


0.2.2. Miroir Sphérique

La surface réfléchissante est sphérique.

Convention de signes : Dans cette convention on suppose que :

- l'axe optique du miroir sphérique est orienté positivement selon le sens de propagation de la lumière.
- Le sommet S du miroir sphérique est l'origine des espaces



Le plan objet et le plan image se trouvent dans le même côté celui du plan d'incidence : Plan (-) par rapport à l'origine S

Dans le cas de l'approximation de Gauss (incidence à faibles angles), on peut écrire :

$$\begin{aligned} SO &\approx HO = p : \text{distance Objet} \\ SI &\approx HI = q : \text{distance Image} \\ SC &\approx HC = R : \text{distance au centre du dioptre} \end{aligned}$$

On peut aussi estimer que :

$$\begin{aligned} \tan \alpha &\approx \sin \alpha \approx \alpha = \frac{h}{p} \\ \tan \beta &\approx \sin \beta \approx \beta = \frac{h}{q} \\ \tan \gamma &\approx \sin \gamma \approx \gamma = \frac{h}{R} \end{aligned}$$

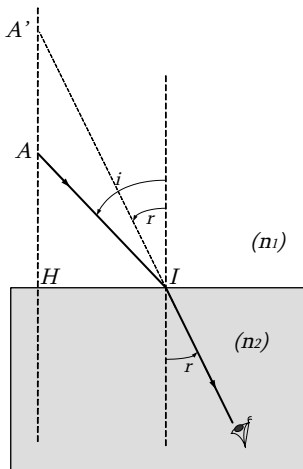
$$\text{On a aussi : } \gamma = \alpha + i \quad \text{et} \quad \beta = \gamma + i \quad \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} i &= \gamma - \alpha = \beta - \gamma \Rightarrow \alpha + \beta = 2\gamma \\ \frac{h}{p} + \frac{h}{q} &= \frac{h}{R} \end{aligned}$$

On obtient ainsi la loi de conjugaison du miroir sphérique en simplifiant par h

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R}$$

0.2.3. Dioptre plan



On appelle **dioptre plan** un dioptre dont la surface de séparation entre les deux milieux transparents est plane

$$\left. \begin{aligned} \tan i &= \frac{HI}{HA} \\ \tan r &= \frac{HI}{HA'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow HI = HA \tan i = HA' \tan r \Rightarrow$$

$$HA' = HA \frac{\tan i}{\tan r} = HA \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i}$$

$$HA' = HA \frac{n_2 \cos r}{n_1 \cos i}$$

La position de l'image A' dépend de l'incidence i . Chaque rayon issu de l'objet A donne une image A' différente de ceux données par les autres rayons. Par conséquent, on aura pour un objet une infinité d'images et de ce fait le dioptre plan n'est pas un système stigmat.

· **Approximation de Gauss** : Dans l'approximation de Gauss on suppose que l'incidence se fait à très faibles angles (proche de la normale au dioptre)

$$\tan i \approx \sin i \quad \text{et} \quad \tan r \approx \sin r \Rightarrow$$

$$HA' = HA \frac{\tan i}{\tan r} = HA \frac{\sin i}{\sin r} = HA \frac{n_2}{n_1}$$

A faible incidence on aura donc :

$$HA' = HA \frac{n_2}{n_1} \quad \forall i$$

C'est la loi du dioptre plan

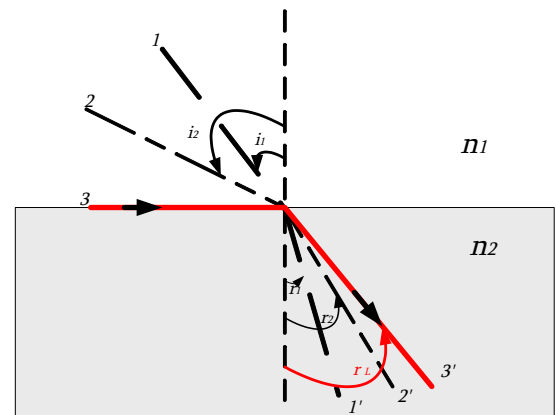
Dans ce cas tous les rayons issus de A donnent une seule image A' selon la **loi du dioptre plan**.

L'image A' est de nature différente de celle de l'objet. Elle est virtuelle si l'objet est réel et inversement.

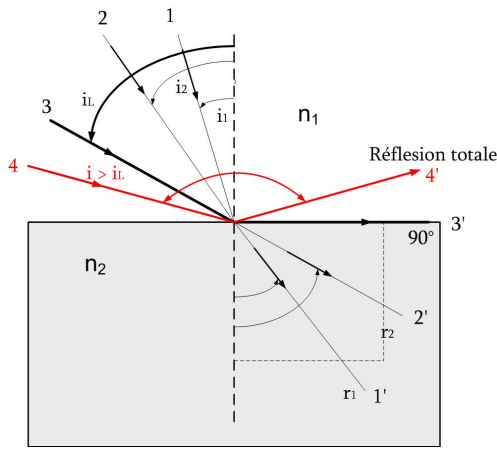
L'une des conséquence de cette loi des dioptres est : Lorsqu'un milieu (m) d'épaisseur réel e est observé à travers un milieu extérieur, d'indice de réfraction différent $n_{ext} \neq n_m$, son épaisseur devient un "**épaisseur apparent**" (e') de valeur :

$$e' = e \cdot \frac{n_{ext}}{n_m}$$

Réfraction limite : Situation rencontrée lorsque l'indice de réfraction du milieu incident (n_1) est inférieur à celui du milieu réfringent (n_2)

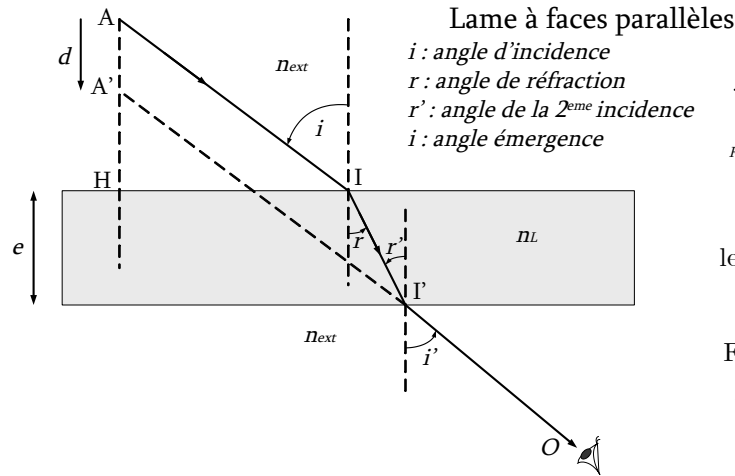


Reflexion totale : Situation rencontrée lorsque l'indice de réfraction du milieu incident (n_1) est supérieur à celui du milieu réfringent (n_2) : $n_1 > n_2$. Dans ce cas $i < r$ et pour une valeur limite $i = i_L$ on a : $r = \frac{\pi}{2}$. Si l'angle d'incidence i dépasse la valeur de i_L ($i > i_L$) on aura une réflexion totale et le dioptre se comportera comme un miroir.



0.2.4. lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles est un système optique composé d'un milieu transparent homogène et isotrope limité par deux surfaces planes parallèles.



- Au niveau de la face d'incidence :

$$n_{ext} \sin i = n_L \sin r$$

- Au niveau de la face d'émergence :

$$n_L \sin r' = n_{ext} \sin i'$$

les angles intérieurs r et r' étant égaux il vient :

$$i = i' \Rightarrow$$

rayon incident $AI //$ rayon émergent $I'O$

La lame à faces parallèles ne dévie pas les rayons incidents $D = 0$. Cependant l'image se déplace par rapport à l'objet d'une distance $AA' = d$. On démontre que ce déplacement d est donné par la relation suivante :

$$d = e \left(1 - \frac{n_{ext}}{n_L} \right)$$

Si la lame se trouve dans l'air ($n_{ext} = 1$):

$$d = e \left(1 - \frac{1}{n_L} \right)$$

Deux situations se présentent :

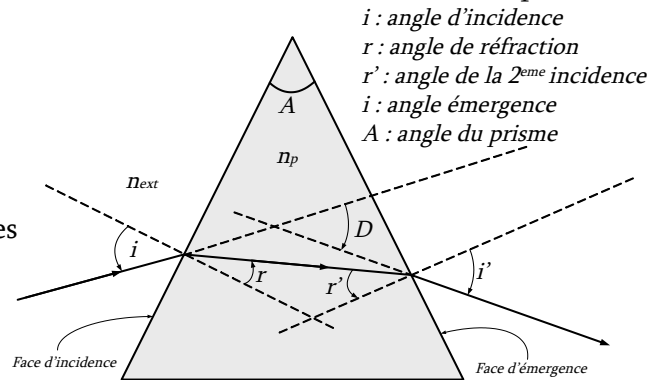
- Si $n_{ext} < n_L \Rightarrow d > 0$: Il y a rapprochement de l'image vers la face incidente.

- Si $n_{ext} > n_L \Rightarrow d < 0$: Il y a éloignement de l'image de la face d'incidence.

0.2.5. Prisme

Le prisme est un système optique composé d'un milieu transparent homogène et isotrope limité par deux surfaces planes formant un angle A (angle du prisme) différent de 0 et π . L'angle A du prisme se trouve entre ses faces incidente et émergente est sa valeur est toujours positive.

Le prisme



Les formules du prisme: Pour le prisme on établit les quatre (04) formules suivantes :

Face d'incidence : $n_{ext} \sin i = n_p \sin r$

Face d'émergence : $n_p \sin r' = n_{ext} \sin i'$

Angle du prisme : $A = r + r'$

Déviations : $D = i + i' - (r + r') = i + i' - A$

Conditions d'émergence : Dans certains cas un rayon lumineux peut subir une réflexion totale sur la face d'émergence du prisme et de ce fait il ne peut pas sortir du prisme. L'émergence du prisme se fait sous des conditions liées en premier lieu à l'angle du prisme A et en second lieu à l'angle d'incidence i . En effet pour avoir émergence il faut que :

$$r' \leq \lambda = \text{angle critique}$$

comme $r \leq \lambda$ et $A = r + r' \Rightarrow$

$$A \leq 2\lambda : 1^{ere} \text{ condition d'émergence}$$

Cette première condition ($A \leq 2\lambda$) est nécessaire mais pas suffisante pour avoir émergence du prisme. En effet, si cette condition est vérifiée il faut aussi s'assurer que :

$$r' \leq \lambda \Rightarrow$$

$$r \geq (A - \lambda) \Rightarrow$$

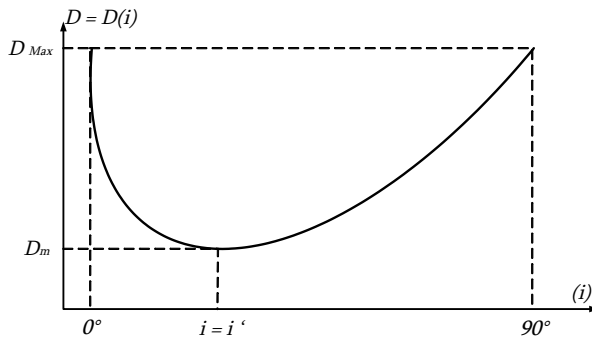
$$i \geq \sin^{-1} \left[\frac{n_p}{n_{ext}} \cdot \sin(A - \lambda) \right] : 2^{eme} \text{ condition}$$

d'émergence

Déviations minimale : La déviation D dépend uniquement de l'incidence i . Elle devient minimale $D = D_m$

lorsque les angles d'incidence et de réfraction sont égaux $i = i'$. Dans ce cas $r = r' = \frac{A}{2}$ est :

$$D_m = 2i - A$$



En pratique lorsqu'un prisme est placé en position de déviation minimale on peut déterminer son indice de réfraction n .

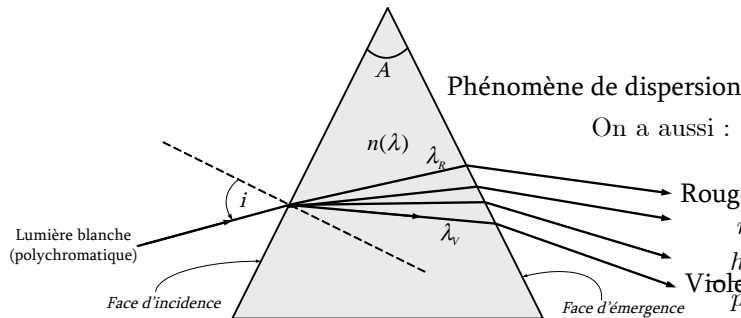
$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{D_m - A}{2} \\ r &= \frac{A}{2} \\ \sin i &= n \sin r \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Décomposition de la lumière par le prisme :

L'indice de réfraction n d'un milieu transparent varie en fonction de la longueur d'onde $n = n(\lambda)$, de la lumière qui le traverse. Cette variation est donnée par la formule de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

avec A et B des constantes



Dans le cas du prisme, si la lumière incidente est polychromatique (composée de plusieurs couleurs), chaque rayon monochromatique, appartenant à cette lumière, sera réfracté selon la valeur de sa longueur d'onde d'après la relation :

$$\sin i = n(\lambda) \sin r(\lambda)$$

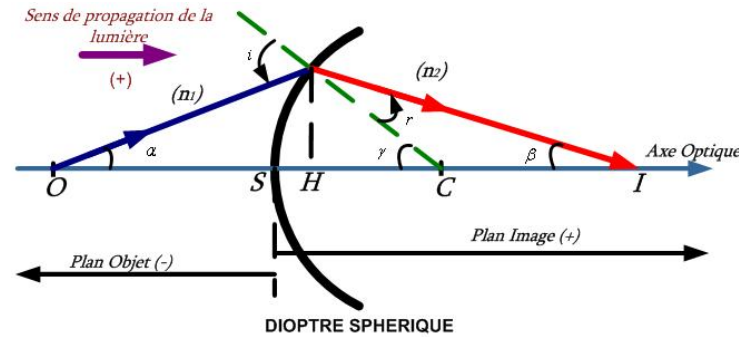
De ce fait l'angle de réfraction sera dépendant de la longueur d'onde $r = r(\lambda)$ et par conséquent la lumière polychromatique se décompose : C'est le phénomène de dispersion.

0.2.6. Dioptre sphérique

Le dioptre est dit sphérique lorsque sa surface de réfraction est de forme sphérique.

Convention de signes : Dans cette convention on suppose que :

- l'axe optique du dioptre sphérique est orienté positivement selon le sens de propagation de la lumière.
- Le sommet S du dioptre sphérique est l'origine des espaces



Dans le cas de l'approximation de Gauss (incidence à faibles angles), on peut écrire :

$$\begin{aligned} SO &\approx HO = p : \text{distance Objet} \\ SI &\approx HI = q : \text{distance Image} \\ SC &\approx HC = R : \text{distance au centre du dioptre} \end{aligned}$$

On peut aussi estimer que :

$$\begin{aligned} \tan \alpha &\approx \sin \alpha \approx \alpha = \frac{h}{p} \\ \tan \beta &\approx \sin \beta \approx \beta = \frac{h}{q} \\ \tan \gamma &\approx \sin \gamma \approx \gamma = \frac{h}{R} \end{aligned}$$

$$\text{On a aussi : } i = \alpha + \gamma \quad \text{et} \quad r = \gamma - \beta \quad \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \text{Rouge} & n_1(\alpha + \gamma) = n_2(\gamma - \beta) \Rightarrow \\ n_1 \alpha + n_2 \beta &= \gamma(n_1 - n_2) \Rightarrow \\ \frac{h}{p} n_1 + \frac{h}{q} n_2 &= \frac{h}{R} (n_1 - n_2) \end{aligned}$$

Ce qui donne finalement la loi de Descartes pour les dioptres sphériques :

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{(n_1 - n_2)}{R}$$

Cette relation s'appelle aussi la formule de conjugaison des dioptres sphériques.

Dans cette relation les positions de p, q et R doivent être considérées en valeurs algébriques selon la convention des signes. Ce qui donne :

- Objet dans le plan objet : $p < 0$ (Objet réel)

- Objet dans le plan image : $p > 0$ (Objet virtuel)
- Image dans le plan image : $q > 0$ (Image réelle)
- Image dans le plan objet : $q < 0$ (Objet virtuelle)
- Centre dans le plan objet : $R < 0$ (dioptre concave)
- Centre dans le plan image : $R > 0$ (Dioptre convexe)

Point focal objet F_o : Tout rayon issu du point focal objet F_o a la particularité de se réfracter parallèlement à l'axe optique du dioptre sphérique. Par conséquent tout objet placé en F_o aura une image à l'infini d'où :

$$\begin{aligned} SF_o &= f_o = p \iff q \rightarrow \infty \implies \\ \frac{n_1}{f_o} - \frac{n_2}{\infty} &= \frac{(n_1 - n_2)}{R} \implies \\ f_o &= \frac{n_1}{(n_1 - n_2)}R \end{aligned}$$

Point focal image F_i : Tout rayon incident parallèle à l'axe optique du dioptre sphérique se réfracte en passant par le point focal image F_i . Par conséquent tout objet placé à l'infini aura une image placée en F_i :

$$\begin{aligned} SF_i &= f_i = q \iff p \rightarrow \infty \implies \\ \frac{n_1}{\infty} - \frac{n_2}{f_i} &= \frac{(n_1 - n_2)}{R} \implies \\ f_i &= \frac{n_2}{(n_2 - n_1)}R \end{aligned}$$

D'après les relations donnant les distances focales f_o et f_i , on remarque que les points F_o et F_i ne se placent jamais dans le même plan.

Rayons principaux : Pour déterminer, par construction géométrique, l'image $A'B'$ donnée par un dioptre sphérique d'un objet AB , on utilise trois (03) rayons principaux. Ces rayons qui partent de l'extrémité B de l'objet sont :

Incidence : B	Réfraction : B'
1:rayon // à l'axe optique	1':passe par F_i
2:rayon \perp au dioptre	2':passe par C (non dévié)
3:rayon qui passe par F_o	3':// à l'axe optique

Grandissement latéral γ_L : Il représente le rapport entre la hauteur de l'image sur celle de l'objet. On démontre que ce rapport est donné par la relation suivante:

$$\begin{aligned} \gamma_L &= \frac{A'B'}{AB} = \frac{n_1 q}{n_2 p} \\ \gamma_L &> 0 : \text{Image droite} \\ \gamma_L &< 0 : \text{Image gauche ou renversée} \end{aligned}$$

Puissance du dioptre sphérique D : Elle représente la force de convergence (ou de divergence) du dioptre sphérique. Elle est donnée par :

$$\begin{aligned} D &= \frac{n_2}{f_i} = -\frac{n_1}{f_o} = \frac{n_2 - n_1}{R} \\ D &> 0 : \text{dioptre sphérique convergent} \\ D &< 0 : \text{dioptre sphérique divergent} \end{aligned}$$

Discussion : Considérons un dioptre sphérique convexe ($R > 0$). Deux cas se présentent :

1^{er} cas : $n_1 < n_2$

$$f_i = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)}R > 0 \implies F_i \text{ dans le plan image}$$

$$f_o = \frac{n_1}{(n_1 - n_2)}R < 0 \implies F_o \text{ dans le plan objet}$$

Ce dioptre est convergent

2^{eme} cas : $n_1 > n_2$

$$f_i = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)}R < 0 \implies F_i \text{ dans le plan objet}$$

$$f_o = \frac{n_1}{(n_1 - n_2)}R > 0 \implies F_o \text{ dans le plan image}$$

Ce dioptre est divergent

Pour le dioptre sphérique concave ($R < 0$) la situation est renversée :

1^{er} cas : $n_1 < n_2$: dioptre divergent

2^{eme} cas : $n_1 > n_2$: dioptre convergent

0.2.7. Lentilles minces

Une lentille mince est un système optique constitué par un milieu transparent, homogène et isotrope, limité par deux surfaces sphériques, ou, une surface sphérique et un plan, dont les sommets sont très rapprochés. A partir de cette définition on détermine les différents types de lentilles minces. **Convention de signes :** Dans cette convention on suppose que :

- l'axe optique de la lentille est orienté positivement selon le sens de propagation de la lumière.

- Le centre O de la lentille est l'origine des espaces. La lentille peut être considérée comme l'association de deux dioptres sphériques:

- Le premier (n_1/n_2) de sommet S_1 de rayon R_1

- Le second (n_2/n_1) de sommet S_2 de rayon R_2

L'image A' de A est obtenue après une double réfraction:

$$A \longrightarrow \text{dioptre}(n_1/n_2) \longrightarrow A_1 \longrightarrow \text{dioptre}(n_2/n_1) \longrightarrow A'$$

Les sommets S_1 et S_2 étant très rapprochés on peut donc les confondre avec O . On aura en considérant l'approximation de Gauss :

$$1^{\text{er}} \text{ dioptre} : \frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q_1} = \frac{(n_1 - n_2)}{R_1}$$

$$2^{\text{eme}} \text{ dioptre} : \frac{n_2}{p_2} - \frac{n_1}{q} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_2}$$

$$\text{Comme } q_1 = p_2 :$$

Il vient :

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_1}{q} = (n_1 - n_2) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \implies$$

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

qui représente la **loi de Descartes pour les lentilles minces**.

Dans le cas d'une lentille mince d'indice de réfraction (n) se trouvant dans l'air, cette loi s'écrit :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = (1 - n) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Point focal objet F_o : Tout rayon issu du point focal objet F_o a la particularité de se réfracter parallèlement à l'axe optique la lentille. Par conséquent tout objet placé en F_o aura une image à l'infini d'où :

$$\begin{aligned} SF_o &= f_o = p \iff q \rightarrow \infty \implies \\ \frac{1}{f_o} - \frac{1}{\infty} &= \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \implies \\ \frac{1}{f_o} &= \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \end{aligned}$$

Point focal image F_i : Tout rayon incident parallèle à l'axe optique du dioptré sphérique se réfracte en passant par le point focal image F_i . Par conséquent tout objet placé à l'infini aura une image placée en F_i :

$$\begin{aligned} SF_i &= f_i = q \iff p \rightarrow \infty \implies \\ \frac{1}{\infty} - \frac{1}{f_i} &= \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \implies \\ \frac{1}{f_i} &= \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \end{aligned}$$

On remarque que la distance focale $f = f_i = -f_o$. On peut écrire la loi de conjugaison comme suit :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$$

Cette relation s'appelle "**formule du lunetier**"

Rayons principaux : Pour déterminer, par construction géométrique, l'image $A'B'$ donnée par une lentille mince d'un objet AB , on utilise trois (03) rayons principaux. Ces rayons qui partent de l'extrémité B de l'objet sont :

Incidence : B	Réfraction : B'
1: rayon // à l'axe optique	1': passe par F_i
2: rayon passe par O	2': n'est pas dévié
3: rayon qui passe par F_o	3': // à l'axe optique

latéral γ_L : Il représente le rapport entre la hauteur de l'image finale $A'B'$ sur celle de l'objet AB . Par l'introduction de l'image intermédiaire de hauteur A_1B_1 on peut écrire :

$$\begin{aligned} \gamma_L &= \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'B'}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{n_1 q_1}{n_2 p} \cdot \frac{n_2 q}{n_2 p_2} \\ \text{comme } q_1 &= p_2 \text{ on aura :} \\ \gamma_L &= \frac{q}{p} \\ \gamma_L &> 0 : \text{Image droite} \\ \gamma_L &< 0 : \text{Image gauche ou renversée} \end{aligned}$$

Puissance de la lentille mince D : Elle représente la force de convergence (ou de divergence) de la lentille

mince. Comme la lentille est l'association de deux dioptrés sphériques on peut écrire:

$$\begin{aligned} D &= D_1 + D_2 = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_1 - n_2}{R_2} \implies \\ D &= (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \implies \\ D &= \frac{n_1}{f} = \frac{n_1}{f_i} = -\frac{n_1}{f_o} \\ D &> 0 : \text{lentille convergente} \\ D &< 0 : \text{lentille divergente} \end{aligned}$$

La **vergence V** d'une lentille correspond à sa puissance lorsqu'elle se trouve dans l'air :

$$\text{Air : } D = V = \frac{1}{f} : \text{Vergence}$$

Théorème de vergence : Un ensemble de lentilles minces accolées se comporte comme une seule lentille de vergence V_{eq} la somme algébrique des vergences de ces lentilles.

$$\begin{aligned} V_{eq} &= \sum_{i=1}^n V_i \\ V_{eq} &= V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_{n+1} + V_n \end{aligned}$$

0.3. Instruments d'optique géométrique

0.3.1. L'oeil

L'oeil est système optique complexe formé d'une sphère de $12mm$ de rayon. La cavité oculaire est entièrement transparente, elle est divisée en deux par le cristallin. L'oeil possède quatre (04) principaux dioptrés :

- La cornée de rayon $R = 7,8mm$ et d'indice $n = 1,377$
- L'humeur aqueuse : chambre antérieure d'indice $1,337$
- Le cristallin : lentille de structure feuilletée ($R_1 = 10mm$ et $R_2 = 6mm$) et hétérogène. Son indice croît de l'extérieur vers le centre et sa valeur moyenne est $n = 1,42$.

• L'humeur vitrée : chambre postérieure composée essentiellement d'eau et d'indice $n = 1,337$

Grandissement 0.3.2. Oeil réduit

On démontre que l'ensemble des dioptrés de l'oeil peut être assimilé à un **dioptré sphérique** unique appelé **oeil réduit**.

- Ses indices extrêmes sont : 1 et $1,337$
- Sa puissance est de 60 dioptries avec un écart type de $3,5 \delta$ (pour un oeil normal \equiv emmetrope)

A partir de ces données on détermine donc rayon R est ses distances focales f_i et f_o

$$\begin{aligned} R &= \frac{1,337 - 1}{60} = +5,6mm \\ f_i &= \frac{1,337}{60} = +23mm \\ f_o &= -\frac{1}{60} = -17mm \end{aligned}$$

0.3.3. Condition de vision nette

La condition nécessaire de vision nette est que l'image se forme sur la rétine (Fovéa \equiv sensibilité maximale). De ce fait toute image se formant avant ou après la rétine sera floue.

Accommodation :

L'oeil ne peut pas voir en même temps les objets éloignés et les objets rapprochés.

Dans le cas d'un **oeil normal au repos** seuls les objets placés à l'infini (au delà de 5m) donnent des images nettes. Les objets rapprochés forment leurs images derrière la rétine (images floues).

Pour qu'un oeil puisse voir nettement un objet rapproché il diminue sa distance focale image en contractant son cristallin. Cette adaptation, avec la position de l'objet, s'appelle ACCOMMODATION

Cette accommodation n'est cependant possible que si les objets se trouvent dans le domaine de vision distincte de l'oeil. Ce domaine est limité par deux points :

- **Le Ponctum Remotum PR** : représente la limite supérieure du "domaine de vision distincte" correspondant ainsi au début de l'accommodation. En regardant un objet placé au PR l'oeil est au repos (n'accommode pas)

- **Le Ponctum Proximum PP** : limite inférieure du domaine de vision distincte correspondant au maximum d'accommodation.

Les grandeurs suivantes représentent respectivement la proximité du Remotum et la proximité du Proximum :

$$R_{(\delta)} = \frac{1}{PR} : \text{Proximité du Remotum}$$

$$P_{(\delta)} = \frac{1}{PP} : \text{Proximité du Proximum}$$

Dans le cas d'un oeil emmétrope (normal ou sans anomalie), le PP se trouve à 25cm du sommet de l'oeil et le PR se trouve à l'infini d'où :

$$R = \frac{1}{\infty} = 0\delta$$

$$P = \frac{1}{-0,25} = -\frac{100}{25} = -4\delta$$

0.3.4. Les amétropies sphériques de l'oeil

Une amétropie constitue un défaut de vision. Un oeil normal est dit **emmétrope** et un oeil qui présente une anomalie ou un défaut est dit **amétrope**. Parmi les amétropies sphériques de l'oeil on va étudier : La myopie et l'hypermétropie.

La myopie :

Un oeil est myope lorsqu'il est plus long que sa convergence ($L > (f_i)_r$). Le foyer image de l'oeil myope au repos se trouve avant la rétine. Le PR de l'oeil myope ne se trouve pas à l'infini. De ce fait, l'image d'un objet

placée à l'infini est floue. Afin de déterminer la position du PR plaçant un objet en ce point (au PR), son image se forme alors sur la rétine sans que l'oeil myope n'accommode (oeil myope reste au repos), il vient :

$$\frac{1}{PR} - \frac{n}{L} = -\frac{n}{(f_i)_r} \implies$$

$$\frac{1}{PR} = \frac{n}{L} - \frac{n}{(f_i)_r} < 0 \implies$$

$$PR < 0$$

Le PR se trouve donc à une distance finie dans le plan objet: Il est réel.

L'accommodation permet seulement à l'oeil myope de voir nettement entre son PP et son PR. il ne peut donc pas voir les objets placés au delà de son PR (trop éloignés) même en accommodant.

La proximité du Remotum

$$R = \frac{1}{PR} = \frac{n}{L} - \frac{n}{(f_i)_r} \implies$$

$$R = D_\infty - D_r < 0$$

• $D_\infty = \frac{n}{L}$: Puissance de l'oeil normal au repos.

• $D_r = \frac{n}{(f_i)_r}$: Puissance de l'oeil myope au repos.

Pour cette raison R représente le **degré d'amétropie** car il détermine l'écart entre la puissance de l'oeil normal (D_∞) et celle de l'oeil myope (D_r). Plus $|R|$ est grand plus la myopie est prononcée.

La myopie se caractérise par un degré d'amétropie négatif $R < 0$

L'hypermétropie :

Un oeil est hypermétrope lorsqu'il est plus court que sa convergence ($L < (f_i)_r$). Le foyer image de l'oeil hypermétrope au repos se trouve derrière la rétine. Le PR de l'oeil hypermétrope ne se trouve pas à l'infini. De ce fait, l'image d'un objet placée à l'infini est floue. Afin de déterminer la position du PR plaçant un objet en ce point (au PR), son image se forme alors sur la rétine sans que l'oeil hypermétrope n'accommode (oeil hypermétrope reste au repos), il vient :

$$\frac{1}{PR} - \frac{n}{L} = -\frac{n}{(f_i)_r} \implies$$

$$\frac{1}{PR} = \frac{n}{L} - \frac{n}{(f_i)_r} > 0 \implies$$

$$PR > 0$$

Le PR se trouve donc à une distance finie dans le plan image: Il est virtuel.

L'accommodation permet à l'oeil hypermétrope de voir nettement entre son PP et son PR. il peut donc voir les objets placés à l'infinie mais en accommodant.

La proximité du Remotum

$$R = \frac{1}{PR} = \frac{n}{L} - \frac{n}{(f_i)_r} \implies$$

$$R = D_\infty - D_r > 0$$

· $D_\infty = \frac{n}{L}$: Puissance de l'oeil normal au repos.

· $D_r = \frac{n}{(f_i)_r}$: Puissance de l'oeil myope au repos.

Pour cette raison R représente le **degré d'amétropie** car il détermine l'écart entre la puissance de l'oeil normal (D_∞) et celle de l'oeil hypermétrope (D_r). Plus R est grand plus l'hypermétropie est prononcée

L'hypermétropie se caractérise par un degré d'amétropie positif $R > 0$

Amplitude d'accommodation A :

Un oeil qui accommode diminue sa distance focale image et par conséquent augmente sa puissance ($D = \frac{n}{f_i}$).

· Au PR la puissance de l'oeil est minimale $D_r = D_{min}$ est :

$$\begin{aligned} \frac{1}{PR} - \frac{n}{L} &= -\frac{n}{(f_i)_r} = -D_{min} \implies \\ D_{min} &= \frac{n}{L} - R \end{aligned}$$

· Au PP la puissance de l'oeil est maximale D_{max} est:

$$\begin{aligned} \frac{1}{PP} - \frac{n}{L} &= -\frac{n}{f_{min}} = -D_{max} \implies \\ D_{max} &= \frac{n}{L} - P \end{aligned}$$

L'amplitude d'accommodation A représente la différence entre ces deux puissances :

$$\begin{aligned} A &= D_{max} - D_{min} \implies \\ A &= R - P \end{aligned}$$

Presbytie:

C'est la perte partielle ou totale de la faculté d'accommodation. Elle se manifeste par l'éloignement du Proximum PP du sommet de l'oeil. La presbytie est une amétropie qui intervient avec l'âge suite à une perte de souplesse du cristallin qui devient relativement plus rigide. Elle touche aussi bien l'oeil emmétrope que l'oeil myope ou hypermétrope. Dans le cas où elle est totale le PP se trouve au même niveau que le PR et le domaine de vision distincte se contracte en un seul point.

Statistiquement :

$$\begin{aligned} A &= 14\delta : \text{enfant de 8ans} \\ A &= 2\delta : \text{à 50ans} \end{aligned}$$

Un oeil est considéré presbyte lorsque son amplitude d'accommodation $A < 4\delta$.

0.4. Correction des amétropies sphériques de l'oeil

La correction d'un oeil amétrope doit lui permettre une vision de loin (à l'infini) nette sans accommodation et une vision de près nette (à -25 cm) avec un maximum d'accommodation. Pour ce faire on utilise des lentilles minces supposées, en premier lieu, très proches de l'oeil.

Vision de loin : Le rôle de la lentille de correction est de ramener l'objet placé à l'infini au PR de l'oeil amétrope, il vient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\infty} - \frac{1}{PR} &= -\frac{1}{f_L} \implies \\ \frac{1}{PR} &= \frac{1}{f_L} \implies \\ V_L &= R \end{aligned}$$

· Oeil myope : $R < 0 \implies V_L < 0$: La lentille de correction est divergente

· Oeil hypermétrope : $R > 0 \implies V_L > 0$: La lentille de correction est convergente

Vision de près: La lentille donne une image d'un objet placé à $-25cm$ de l'oeil au niveau du PP de l'oeil amétrope, il vient:

$$\begin{aligned} \frac{1}{-0,25} - \frac{1}{PP} &= -\frac{1}{f_L} \implies \\ -4 - \frac{1}{PP} &= -\frac{1}{f_L} \implies \\ V_L &= P + 4 \end{aligned}$$

· Oeil myope: $P < -4 \implies V_L < 0$: La lentille de correction est divergente

· Oeil hypermétrope : $P > -4 \implies V_L > 0$: La lentille de correction est convergente

Dans le cas le plus général, la lentille de correction est séparée d'une distance d par rapport au sommet de l'oeil.

La correction pour la vision de loin devient :

$$\begin{aligned} V_L &= R' \\ R' &= \frac{1}{PR'} \quad \text{et} \quad PR' = PR + d \end{aligned}$$

La correction pour la vision de près :

$$\begin{aligned} V_L &= P' + 4 \\ P' &= \frac{1}{PP'} \quad \text{et} \quad PP' = PP + d \end{aligned}$$

Astigmatisme :

C'est une forme d'amétropie dans laquelle, en étant dans les conditions de l'approximation de Gauss, l'image d'un point n'est pas ponctuelle. L'astigmatisme est dû essentiellement à un défaut de sphéricité du dioptré cornéen. On distingue deux types d'astigmatismes cornéens :

· **Astigmatisme irrégulier** : Absence totale de symétrie au niveau du dioptré cornéen (kératocône, traumatisme, brûlure, ..). Ce type d'astigmatisme ne sera pas traité dans cette partie du cours.

· **Astigmatisme régulier** : L'oeil possède deux méridiens principaux perpendiculaires de puissances différentes. Ils ne convergent pas au même endroit sur l'axe optique et l'oeil astigmaté aura donc deux focales images F_1 et F_2 séparées. Au niveaux des méridiens principaux, l'oeil astigmaté au repos, présente des puissances extrémales (maximale et minimale). L'écart entre ces deux puissances s'appelle **degré d'astigmatisme**, il est donné par :

$$A_c = D_{\max} - D_{\min} = \frac{n-1}{R_{\min}} - \frac{n-1}{R_{\max}}$$

$$A_c = (n-1) \left(\frac{1}{R_{\min}} - \frac{1}{R_{\max}} \right)$$

Les points focaux images F_1 et F_2 correspondent respectivement au méridien vertical et au méridien horizontale. En réalité, on parle plutôt de droites focales images :

· Le méridien vertical possède une droite focale image horizontale perpendiculaire à l'axe optique au point F_1

· Le méridien horizontal possède une droite focale image verticale perpendiculaire à l'axe optique au point F_2

L'astigmatisme régulier est dit **conforme à la règle** lorsque c'est le méridien vertical qui correspond la puissance maximale D_{\max} et le méridien horizontal à la puissance minimale D_{\min} ($SF_1 < SF_2$). Dans le cas inverse l'astigmatisme régulier est **non conforme à la règle** ($SF_1 > SF_2$).

En règle général, on utilise la **notation universelle de Javal** pour dire si l'astigmatisme est conforme à la règle ou non. Dans cette notation l'oeil est représenté par un cercle gradué de 0° à 180° . Le méridien dont la puissance est minimale est pris comme référence. Son angle d'inclinaison θ par rapport à l'axe horizontal définit l'astigmatisme de sorte que :

· $0^\circ < \theta < 30^\circ$ ou $150^\circ < \theta < 180^\circ$: Astigmatisme régulier conforme à la règle

· $60^\circ < \theta < 120^\circ$: Astigmatisme régulier non conforme à la règle

· $30^\circ < \theta < 60^\circ$ ou $120^\circ < \theta < 150^\circ$: Astigmatisme régulier oblique

Classification des astigmatismes réguliers : Selon l'emplacement des focales images F_1 et F_2 par rapport à la rétine d'un oeil astigmaté au repos, on distingue cinq (05) types d'astigmatismes réguliers :

La correction d'un oeil astigmaté régulier doit se faire de sorte que l'image finale se forme sur la rétine (condition de vision nette). Le verre correcteur utilisé, qu'on appelle **verre astigmaté**, présente deux puissances différentes selon ses axes principaux. Ces puissances doivent normalement compenser les puissances D_{\max} et D_{\min} de l'oeil astigmaté pour que l'image finale se forme sur la rétine. Dans la pratique, et pour corriger les différents cas d'astigmatismes réguliers, on a recours à différentes lentilles astigmatées dont :

Cylindriques: de puissances

- $(D_1, 0)$ génératrice horizontale \longrightarrow déplacement de F_1 ou,
- $(0, D_2)$ génératrice verticale \longrightarrow déplacement de F_2 .

Toriques : de puissances (D_1, D_2) \longrightarrow déplacements de F_1 et F_2

Sphéro-cylindriques : association d'une lentille sphérique (D_S, D_S) et d'une lentille cylindrique $(D_1, 0)$ ou $(0, D_2)$

Exemple1: Oeil régulièrement stigmaté myopique composé dont les degrés d'amétropies sont $R_1 = -5\delta$ et $R_2 = -3\delta$. La correction peut se faire soit avec :

- Une lentille torique $(-5\delta, -3\delta)$ ou,
- Une lentille sphéro-cylindrique composée d'une lentille sphérique $(-3\delta, -3\delta)$ et une lentille cylindrique $(-2\delta, 0\delta)$

Exemple2: Oeil régulièrement stigmaté mixte dont les degrés d'amétropies sont $R_1 = -2\delta$ et $R_2 = +3\delta$. La correction peut se faire soit avec :

- Une lentille sphéro-cylindrique $(+3\delta, +3\delta) + (-5\delta, +0\delta)$ ou,
- Une lentille sphéro-cylindrique $(-2\delta, -2\delta) + (0\delta, +5\delta)$.

Image vue par un oeil astigmaté : Pour comprendre la manière avec laquelle un oeil astigmaté voit, considérant deux types d'astigmatismes réguliers conformes à la règle :

· Le myopique simple : Focale horizontale avant la rétine et **focale verticale sur la rétine**.

Un point lumineux placé à l'infini donne comme image un **segment de droite vertical** nette sur la rétine. En remplaçant ce point lumineux par un **objet rectiligne vertical** son image sera nette sur la rétine car elle est composée d'un ensemble de petits segments de droite verticaux placés dans le même prolongement les uns sur les autres. Dans le cas où l'**objet** à l'infini est **rectiligne horizontal** son image sera une bande horizontale floue et épaisse car elle est composé de petits segments de droite verticaux placés les uns à côté des autres.

· L'hypermétrope simple : **Focale horizontale sur la rétine** et focale verticale derrière la rétine.

Un point lumineux placé à l'infini donne comme image un **segment de droite horizontal** nette sur la rétine. En remplaçant ce point lumineux par un **objet rectiligne horizontal** son image sera nette sur la rétine car elle est composée d'un ensemble de petits segments de

droite horizontaux placés dans le même prolongement les uns à côté des autres. Dans le cas où l'objet à l'infini est **rectiligne vertical** son image sera une bande verticale floue et épaisse car elle est composée de petits segments de droite horizontaux placés les uns en sur les autres.

Dans le cas le plus général, l'oeil astigmatique non corrigé ne peut pas voir nettement et en même temps deux droites perpendiculaires. L'exemple du **cadran horaire** représenté par la figure (a) ci-dessous montre que si :

- L'accommodation s'effectue selon le méridien horizontal donc avec la focale verticale, la ligne verticale du cadran est nette et la ligne horizontale est floue (b).

- L'accommodation s'effectue selon le méridien vertical donc avec la focale horizontale, la ligne horizontale du cadran est nette et la ligne verticale est floue (c).

Acuité visuelle A_v :

Le plus petit angle à partir duquel on peut distinguer deux points ou deux lignes s'appelle le **minimum séparable**. L'acuité visuelle A_v correspond à l'inverse du minimum séparable.

$$A_v = \frac{1}{\alpha} : \text{sans unité}$$

$$\alpha = \text{minimum séparable}$$

Par définition $A_v = 1$ ou $\frac{10}{10}$ lorsque le minimum séparable est égal à 1 minute ($1'$).

$$1 \text{ minute} = 1' = 3.10^{-4} \text{ radian}$$

L'acuité visuelle dépend de plusieurs facteurs comme les conditions d'éclairage (Luminance), la forme de l'objet (appelée optotype), la couleur de l'objet, son contraste, etc..

Il faut aussi noter que l'acuité visuelle diminue sensiblement en vision nocturne (la nuit) par rapport à celle diurne (le jour). En effet pour un oeil normal elle peut dépasser $\frac{10}{10}$ le jour alors que la nuit elle est comprise entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{20}$.

Exploration fonctionnelle des troubles dioptriques.

Méthodes subjectives : Elles font intervenir l'appréciation du patient. Parmi ces méthodes citons :

- **Trou sténopéique :** permet d'améliorer l'acuité visuelle pour un oeil ayant une amétropie sphérique. Si elle n'est pas améliorée c'est que le trouble est d'origine rétinienne ou nerveuse.

- **Verres correcteurs :** Appréciation de la vision nette d'un tableau de lettres placé à 5m du sujet par l'utilisation de verres correcteurs de puissance croissante.

Méthodes objectives : Elles sont indispensables car elles permettent de déterminer les qualités physiques de l'oeil sans l'appréciation du patient. Parmi ces méthodes citons :

- La kiascopie : Permet la mesure des amétropies (myopie, hypermétropie)

- Le kératomètre : Appelé aussi ophtalmomètre de Javal. Il mesure les courbures cornéennes et la détermination de l'astigmatisme.

0.4.1. Méthode de la boîte des verres (méthode de Damders)

C'est une méthode subjective dont le principal objectif est la recherche d'une amétropie et d'évaluer son degré. Elle est basée sur les différences entre parcours d'accommodation pour les différentes amétropies sphériques.

Le sujet en vision monoculaire regarde une échelle de l'acuité visuelle à 5m (\sim infini) deux cas peuvent alors se présenter :

1. Les petits caractères correspondant à une acuité (10/10) paraissent flous.

Pour cela deux causes sont envisageables :

- Un trouble non dioptrique (lésion nerveuse ou atteinte de la rétine,...)

- Un trouble dioptrique (éventuellement une amétropie sphérique)

Pour s'en convaincre de quel trouble il s'agit on utilise le **trou sténopéique** qu'on place devant l'oeil et qui va lui servir de diaphragme, dans ce cas :

- Si la vision n'est pas améliorée le trouble est d'origine rétinienne ou nerveuse.

- Si la vision est améliorée le trouble est dû généralement à une amétropie sphérique (myopie ou hypermétropie).

Dans ce dernier cas il suffit de placer une lentille faiblement divergente devant cet oeil pour connaître le type de l'amétropie sphérique. En effet :

- Si la vue s'améliore : il s'agira d'un oeil myope

- Si la vue ne s'améliore pas : il s'agira d'un oeil hypermétrope.

Cas de la Myopie :

On a vu que dans le cas d'une myopie la correction se fait avec des verres divergents. On suppose que les verres de correction utilisés sont très proches de l'oeil. On fait défiler devant l'oeil myope une série de verres (lentilles) divergents par ordre de puissance croissant (en valeur absolue) jusqu'à vision nette à 5m de tous les caractères de l'échelle de l'acuité visuelle (obtention d'une acuité 10/10). Dans ce cas le degré d'amétropie R de la myopie correspond exactement à la vergence V_{\min} de la lentille de puissance minimale (en valeur absolue) qui permet d'avoir une acuité visuelle de (10/10). $R = V_{\min}$

On continue cette opération (vision à 5m) par l'utilisation de verres, par ordre de puissance croissant, dont la vergence $|V| > |V_{\min}|$. Dans ce cas l'oeil myope continue à voir avec une acuité de 10/10 mais en accommodant. Lorsque sa vision à 5m devient floue on conclut

que le verre utilisé a neutralisé l'accommodation de l'oeil myope.

La puissance V_{\max} (puissance maximale en valeur absolue) du verre le plus divergent permettant une vision nette (acuité 10/10 à 5m) est égale à la proximité du proximum de cet oeil myope: $P = V_{\max}$.

L'amplitude d'accommodation de cet oeil est facilement déduite par :

$$A = R - P = V_{\min} - V_{\max}$$

Cas de l'Hypermétropie

On considère une forte Hypermétropie de sorte que les PP et PR soient tous les deux virtuels. De ce fait, le patient ne pourra en aucun cas voir nettement les objets réels.

On reprend la même expérience que précédemment mais avec une série de lentilles divergentes. L'objet est toujours placé à 5m du patient.

Dans ce cas dès que la vergence de la lentille atteint une valeur $V = V_{\min} = P$, le patient commence à voir nettement les caractères placés à 5m mais avec une accommodation maximale. Cette vision nette sera maintenue tant que la vergence de la lentille considérée est comprise entre $V_{\min} \leq V \leq V_{\max}$. La valeur V_{\max} correspond à celle de la proximité du remotum R . Dans ce cas l'amplitude d'accommodation sera donnée par :

$$A = R - P = V_{\max} - V_{\min}$$

2. Les petits caractères correspondant à une acuité (10/10) paraissent nettes

Dans ce cas, deux situations peuvent se présenter

- L'oeil est normal ou emmetrope
- L'oeil présente une hypermétropie de sorte que sont PP soit réel (faible ou moyenne hypermétropie)

Pour s'assurer de l'une ou de l'autre situation, il suffit de placer près de cet oeil une lentille faiblement convergente pour une vision à 5m.

► Si la vision du patient devient floue on conclura que l'oeil est normal (emmetrope)

La proximité du remotum est alors $R = 0$ et celle du proximum $P = V_{\max}$ de sorte que V_{\max} correspond à la vergence maximale de la lentille divergente avec laquelle cet oeil continue de voir nettement les caractères à 5m en ayant un maximum d'accommodation. L'amplitude d'accommodation de l'oeil est alors donnée par :

$$A = -P = -V_{\max}$$

car : $R = 0$

► Si au contraire la vision reste nette on conclura que l'oeil est hypermetrope.

La proximité du proximum est $P = V_{D.\max}$ de sorte que $V_{D.\max}$ correspond à la vergence maximale de la

lentille divergente avec laquelle cet oeil continue de voir nettement les caractères à 5m en ayant un maximum d'accommodation.

Celle du remotum est $R = V_{C.\max}$ de sorte que $V_{C.\max}$ correspond à la vergence maximale de la **lentille convergente** avec laquelle cet oeil continue de voir nettement les caractères à 5m (oeil au repos). L'amplitude d'accommodation est alors :

$$A = R - P = V_{C.\max} - V_{D.\max}$$