

Important: Parmi les propositions A , B , C , D et E une ou plusieurs propositions sont vraies.

Exercice 01

Soit un étudiant répond à une question à choix multiple, et il doit choisir entre trois réponses. On suppose que l'étudiant a une chance sur deux de connaître la réponse. Dans le cas où il ne la connaît pas, il coche une réponse au hasard.

On considère les événements suivants:

- $C = \ll \text{l'étudiant connaît la la réponse} \gg$,
- $J = \ll \text{l'étudiant répond juste} \gg$.

Q1 On a les probabilités suivantes:

- A) $P(C) = \frac{1}{2}$
- B) $P(J/C) = 1$
- C) $P(J/\bar{C}) = \frac{1}{3}$
- D) $P(\bar{C}) = \frac{1}{3}$
- E) ARNV.

Q2 Si l'étudiant répond juste, la probabilité qu'il connaisse la réponse est:

- A) $P(C/J) = \frac{1}{2}$
- B) $P(C/J) = \frac{3}{4}$
- C) $P(C/J) = \frac{1}{3}$
- D) Il ya 3 chances sur 4 que l'étudiant n ait pas répondu juste par hasard.
- E) ARNV.

Q3 L'évènement défini par:

$\ll \text{au moins l'un des deux évènements } A \text{ et } B \text{ soit réalise} \gg$ est...

- A) $A \cap B$
- B) $A \cup B$
- C) $(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)$
- D) $(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$
- E) ARNV.

Q4 Pour tout événements A et B , on a:

- A) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) \implies A$ et B sont incompatibles.
- B) Si A et B sont incompatibles, alors A et B sont indépendants.
- C) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) \implies A$ et B sont indépendants.
- D) A et B sont indépendants si et seulement \bar{A} et \bar{B} sont indépendants.
- E) ARNV.

Exercice 02

Soit la variable aléatoire réelle X de fonction de densité définie par:

$$\text{pour toute réelle } x; \quad f(x) = \frac{k}{1+x^2}$$

Alors:

Q5 La constante k et la fonction de répartition F sont données par:

- A) $k = \pi$
- B) $k = \frac{1}{\pi}$
- C) $F(x) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \arctan x$
- D) $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x$
- E) ARNV.

Q6 L'espérance mathématique et la variance sont:

- A) $E(X)$ n'existe pas.
- B) $E(X) = \pi$.
- C) $Var(X) = \pi$.
- D) $Var(X)$ n'existe pas.
- E) ARNV.

Exercice 03

On veut étudier les deux variables statistiques X et Y d'un échantillon de taille $N = 100$ individus, d'effectifs marginales respectivement $n_{i.}$ ($i = 1, 2, \dots, 10$) et $n_{.j}$ ($j = 1, 2, \dots, 8$).

$$\text{c.a.d. : } \sum_{i=1}^{10} n_{i.} = \sum_{j=1}^8 n_{.j} = N = 100.$$

$$\text{On suppose que: } \sum_{i=1}^{10} n_{i.} x_i = -55, \quad \sum_{j=1}^8 n_{.j} y_j = 64, \quad \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^8 n_{ij} x_i y_j = 125,$$

$$\sum_{i=1}^{10} n_{i.} x_i^2 = 253, \quad \sum_{j=1}^8 n_{.j} y_j^2 = 236.$$

Q7 La covariance entre X et Y est définie par:

- A) $Cov(X, Y) = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^8 n_{ij} (x_i - \bar{X})(y_j - \bar{Y})$
- B) $Cov(X, Y) = 1,602$
- C) $Cov(X, Y) = 3645$.
- D) $Cov(X, Y) = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^8 n_{ij} x_{ij} - \left(\sum_{i=1}^{10} n_{i.} x_i \right) \left(\sum_{j=1}^8 n_{.j} y_j \right)$.
- E) ARNV.

Q8 Le coefficient de corrélation entre X et Y est:

A) $r_{(X,Y)} = \frac{\sqrt{\text{Var}(X) \cdot \text{Var}(Y)}}{\text{Cov}(X,Y)}$.

B) $r_{(X,Y)} = \frac{100 \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^8 n_{ij} x_i y_j - \left(\sum_{i=1}^{10} n_{i.} x_i \right) \left(\sum_{j=1}^8 n_{.j} y_j \right)}{\sqrt{\left[100 \sum_{i=1}^{10} n_{i.} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{10} n_{i.} x_i \right)^2 \right] \left[100 \sum_{j=1}^8 n_{.j} y_j^2 - \left(\sum_{j=1}^8 n_{.j} y_j \right)^2 \right]}}$.

C) $r_{(X,Y)} = \frac{100 \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^8 n_{ij} u_i v_j - \left(\sum_{i=1}^{10} n_{i.} u_i \right) \left(\sum_{j=1}^8 n_{.j} v_j \right)}{\sqrt{\left[100 \sum_{i=1}^{10} n_{i.} u_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{10} n_{i.} u_i \right)^2 \right] \left[100 \sum_{j=1}^8 n_{.j} v_j^2 - \left(\sum_{j=1}^8 n_{.j} v_j \right)^2 \right]}}$ avec $\begin{cases} U = aX + b \\ \text{et} \\ V = a'Y + b' \end{cases}$

D) $r_{(X,Y)} = 0,769$.

E) ARNV.

Q9 La droite d'estimation de l'influence de X sur Y

$D_y(X) : x = ay + b$, alors,

A) $a = \frac{\text{Var}(X)}{\text{Cov}(X,Y)}$.

B) $a = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\text{Var}(X)}$.

C) $b = \bar{X} - \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\text{Var}(X)} \bar{Y}$.

D) $b = \bar{X} - \frac{\text{Var}(X)}{\text{Cov}(X,Y)} \bar{Y}$.

E) ARNV.

Exercice 03

Une urne contenant 6 boules blanches et 4 rouges.

1) On extrait de cette urne une seule boule.

Q10 pour calculer la probabilité que cette boule soit blanche, on peut appliquer

A) La loi de Bernoulli.

B) La loi binomiale.

C) La loi hypergéométrique.

D) La loi de Poisson.

E) ARNV.

2) On extrait maintenant 3 boules de l'urne une par une et avec remise.

Q10 pour calculer la probabilité d'extraire au moins 2 boules blanches, on peut appliquer

A) La loi de Bernoulli.

B) La loi binomiale.

C) La loi hypergéométrique.

D) La loi de Poisson.

E) ARNV.

3) On extrait maintenant en une seule fois 3 boules de l'urne .

Q11) pour calculer la probabilité d'extraire au moins 1 boule blanche, on peut appliquer

- A) La loi de Bernoulli.
- B) La loi binomiale.
- C) La loi hypergéométrique.
- D) La loi de Poisson.
- E) ARNV.

Q12) La probabilité de l'évènement de la question 11 vaut:

- A) $\frac{C_6^1 \times C_4^2 + C_6^0 \times C_4^3}{C_{10}^3}$.
- B) $\frac{C_6^1 \times C_4^2 + C_6^2 \times C_4^1 + C_6^3 \times C_4^0}{C_{10}^3}$.
- C) $\frac{C_{10}^3 - C_4^3}{C_{10}^3}$.
- D) $1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3}$.
- E) ARNV.

Exercice 04

1) Soit la variable aléatoire $X \rightsquigarrow N(\mu, \sigma)$ telle que:
 $p(X \leq 110) = 0,9772$ et $p(X > 105) = 0,1587$,

Q13) La moyenne μ et la variance σ de X sont:

- A) $\mu = 0,1$
- B) $\mu = 100$.
- C) $\sigma = 5$.
- D) $\sigma = 0,05$
- E) ARNV.

2) Dans un échantillon de taille $n = 26$ de moyenne d'échantillon $m = 0,1$ et d'écart-type $\sigma_{ech} = 0,05$.

On suppose que la population est normale $X \rightsquigarrow N(M, \sigma_{pop})$.

Q14) L'intervalle de confiance de la moyenne M au seuil de confiance $1 - \alpha = 95\%$ est:

- A) I.C.M = $[0,0804; 0,1196]$.
- B) I.C.M = $[0,0840; 0,1169]$.
- C) I.C.M = $[0,0794; 0,1209]$.
- D) I.C.M = $[0,0749; 0,1290]$.
- E) ARNV.

Remarque: ARNV = parmi les propositions A, B, C, et D aucune réponse n'est vraie.

~ Bonne chance ~