Université de Blida, Faculté des sciences

Département de mathématiques,

3 ième Année Licence LMD

Blida, le 05 Septembre 2007

Epreuve de Rattrapage

Module : Programmation linéaire

Exercice 1. Un artisan fabrique des objets A et des objets B.

La réalisation d'un objet A demande 30 DA de matière première et 125 DA de main-d'œuvre.

La réalisation d'un objet B demande 70 DA de matière première et 75 DA de main-d'œuvre.

Les profits réalisés sont de 54 DA par objet A, et de 45 DA par objet B.

Les contraintes économiques sont que la dépense journalière en matière première ne doit pas dépasser 560 DA. La dépense journalière en main-d'œuvre ne doit pas dépasser 1250 DA.

a. traduire ces deux contraintes.

b. Le plan est reporté à un repère orthonormal ($O, \vec{i}, \vec{j}$) (unité graphique 1 cm ou 1 carreau du papier millimétré). Représenter graphiquement l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient ces contraintes.

c. Exprimer le bénéfice journalier de l'entreprise puis la production journalière d'objet A et B qui assurerait un bénéfice maximum. Préciser cette production et en déduire le montant de ce bénéfice maximum.

Exercice 2. Soit le problème linéaire P suivant :

$$(P) \quad \begin{cases} \max. Z = C.X \\ A.X = b \\ X \geq 0. \end{cases}$$

a) Montrer que la fonction objective du problème (P) définie sur le polyèdre $\mathbb{K} = \{ X \ , \ X \geq 0 \ / \ A.X = b \}$ atteint son maximum en un point extrême de $\mathbb{K}$.

b) Si la fonction objective prend sa valeur maximale au plus d'un point extrême alors toutes combinaisons linéaire convexe de ces points donne la même valeur à la fonction objective .

c) Un point $\bar{x}$ de $\mathbb{K}$ est un point extrême si et seulement si $\bar{x}$ est une solution de base réalisable du problème A.X = b .

d) En déduire si $\mathbb{K} \neq \varnothing$ alors il admet au moins un point extrême .

Exercice 3.

Résoudre par la méthode du problème augmenté ou du grand M le problème :

$$\min Z = -2x_1 - x_2 - x_3$$

$$4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 8$$

$$-x_1 + 9x_2 - x_3 \geq 3$$

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geq 4$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \text{ et } x_3 \geq 0.$$

En déduire une solution du dual.