

Blida, le 23 Juin 2007

EMD

Module : Programmation linéaire

Exercice 1.

Un boulanger a la possibilité de faire trois types de gâteaux G_1 , G_2 et G_3 . Il utilise à cet effet de la farine (E_1), du beurre (E_2), des œufs (E_3), du sucre (E_4) et de la levure (E_5).

Les quantités a_{ij} de l'éléments E_i intervenant dans l'élaboration du gâteau G_j sont données dans le tableau ci dessous :

| | G_1 | G_2 | G_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| E_1 | 1 | 1 | 2 |
| E_2 | 1 | 2 | 1 |
| E_3 | 2 | 1 | 1 |
| E_4 | 1 | 2 | 0 |
| E_5 | 1 | 2 | 2 |

Le boulanger dispose de 20 unités de E_1 , 10 de E_2 , 20 de E_3 , 20 de E_4 et 10 de E_5 .

Les bénéfices unitaires valent respectivement 2 pour G_1 , 5 pour G_2 et 7 pour G_3 .

Ecrire le programme linéaire qui détermine le nombre de gâteaux à confectionner de façon à maximiser le bénéfice total.

Exercice 2. A partir de la solution $\bar{X} = (1, 2, 3)$, déterminer deux solutions de base réalisables du système suivant :

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -7 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Exercice 3.

Soit le programme linéaire suivant :

$$\text{Min}Z = 2x_1 + x_3$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 5$$

$$x_1 - 2x_2 + 4x_3 \geq 8$$

$$x_1 \geq 0 ; \dots ; x_3 \geq 0$$

Ecrire son dual. Le résoudre géométriquement.

Déterminer une solution optimale du problème primal. Conclure.

Exercice 4.

Résoudre par la méthode du problème augmenté ou du grand M le problème :

$$\text{min}z = -x_1 - 2x_2$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 3x_2 - x_4 = 10$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$