



## Examen de Rattrapage

Le : 02/07/2023 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2 (papier)

### Exercice 1 : (3 pts)

On considère quatre personnes Amar, Belaid, Cherif et Djamel ; ainsi que la relation Ami(X,Y) telle que :

- (1) chaque personne est ami exactement avec deux autres personnes ;
- (2) si Amar n'est pas ami avec Belaid alors Amar est ami avec Cherif ;
- (3) si Amar est ami avec Belaid alors Amar est ami avec Djamel ;
- (4) si Cherif est ami avec Djamel alors Belaid est ami avec Djamel.

Quelles sont les relations d'amitié entre les quatre personnes ? Justifier.

### Exercice 2 : (7 pts)

On définit le connecteur ternaire If comme suit :  $\text{If}(A,B,C) = \text{SI } A \text{ ALORS } B \text{ SINON } C$ .

Soit g la fonction logique, à 3 variables, définie par :  $g(a, b, c) = \text{If}(\neg a, b \wedge \neg c, b \rightarrow c)$ .

- 1) Établir la table de vérité de g. (2 pts)
- 2) Donner la forme normale disjonctive de g, puis simplifier la. Donner ensuite sa forme normale conjonctive et la simplifier. (2 pts)
- 3) Exprimer les connecteurs  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$  et  $\leftrightarrow$  en fonction des éléments de l'ensemble  $\{g, \perp, \top\}$ . (2 pts)
- 4) Exprimer le connecteur If en fonction de g,  $\perp$ ,  $\top$ . (1 pt)

### Exercice 3 : (6 pts)

Cet exercice est à traiter à l'aide de la méthode axiomatique.

I) Montrer que les formules suivantes sont des théorèmes du CPF :

- I-a)  $\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow A$  (1,5 pts)
- I-b)  $\neg(\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg C) \rightarrow A$  (1,5 pts)
- I-c)  $(B \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$  (1,5 pts)

II) Soit CPF' l'extension du CPF obtenue en ajoutant la formule suivante comme 4<sup>ème</sup> axiome :

- (Ax4)  $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$   
Montrer que CPF' est inconsistant. (1,5 pts)

### Exercice 4 : (4 pts)

À l'aide de la résolution propositionnelle, étudier la validité du raisonnement suivant :

Un but est valide si et seulement si le ballon franchit la ligne et aucune faute n'a été commise.

Le ballon a franchi la ligne.

Un joueur est en faute s'il est hors-jeu ou s'il touche le ballon de la main.

Si un joueur est placé derrière le dernier défenseur, il est en position de hors-jeu.

Un joueur est placé derrière le dernier défenseur.

La conclusion : Le but n'est pas valide.

Dans la formalisation, on posera :  $b$  = Un but est valide ;  $l$  = Le ballon a franchi la ligne

$f$  = Une faute a été commise ;  $m$  = Un joueur a touché le ballon de la main

$h$  = un joueur est en position de hors-jeu ;  $d$  = Un joueur était placé derrière le dernier défenseur.

**Bon courage !**