



## Examen de Rattrapage

Le : 08/09/2022 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2 (papier)

### Exercice 1 : (4 pts)

Ali, Belaid et Camélia vont à l'animalerie avec leurs parents. Arrivés sur place, les jeunes tombent sous le charme de trois mêmes chiens et de deux chats. Leurs parents ont une idée ; ils décident d'acheter en cadeau surprise à chacun des enfants un animal parmi les cinq.

Toutefois, Ali et Belaid sont très curieux et ils désirent savoir s'ils auront un chien ou un chat.

Leurs parents désirent satisfaire un peu leur curiosité en dévoilant l'espèce des animaux des deux autres enfants.

Ali apprend donc à Belaid et Camélia qu'il connaît l'espèce de leurs deux animaux, mais qu'il n'est pas capable de savoir avec cette information ce qu'il aura.

Un peu plus tard, Belaid apprend à ses deux camarades que lui aussi connaît l'espèce de leurs animaux, mais que, même en sachant ce qu'Ali vient tout juste de dire, il ne connaît pas l'espèce de son animal.

Camélia réfléchit. Grâce à ce que ses amis viennent tout juste de dire, elle est certaine de savoir si elle aura un chien ou un chat. Quel animal Camélia recevra-t-elle en cadeau ? Justifier ?

### Exercice 2 : (6 pts)

Soient les deux formules :  $F1 \equiv (B \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)) \rightarrow (B \rightarrow A)$

et  $F2 = (A \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow C))) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow C))$

dont on veut prouver la validité à l'aide de la méthode axiomatique.

I) I-1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F1 est un théorème ( $\vdash F1$ ). (1,5 pts)

I-2) Même question que I-1) pour la formule F2 ( $\vdash F2$ ). (1,5 pts)

II) II-1) Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F1 est un théorème ( $\vdash F1$ ). (1,5 pts)

II-2) Même question que II-1) pour la formule F2 ( $\vdash F2$ ). (1,5 pts)

### Exercice 3 : (6 pts)

Soit le discours suivant : « Si je n'ai pas assez dormi alors je prends du repos ou je fais une sieste, voire les deux. Je ne suis pas de bonne humeur. Si je prends du repos et je vais à la piscine, alors je suis de bonne humeur. Donc, si je n'ai pas assez dormi alors je fais la sieste ou je ne vais pas à la piscine. »

1) Formaliser le discours donné en utilisant les variables : (2 pts)

d : « j'ai assez dormi » ; r : « je prends du repos » ; s : « je fais la sieste » ;

h : « je suis de bonne humeur » ; p : « je vais à la piscine ».

2) À l'aide de la résolution propositionnelle, démontrer la validité du discours donné. (4 pts)

### Exercice 4 : (4 pts)

Soit  $f$  la fonction logique, à 3 variables, définie par :  $f(a,b,c) = SI \neg a$  ALORS  $b$  SINON  $\neg c$ .

1) Établir la table de vérité de  $f$ . (1,5 pts)

2) Donner la forme normale disjonctive de  $f$  la plus simplifiée possible et sa forme normale conjonctive la plus réduite possible. (1,5 pts)

3) Montrer que  $\{f, \perp, T\}$  est un système complet de connecteurs ( $\perp$  désigne le faux et  $T$  le vrai). (1 pt)

**Bon courage !**