Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2020/2021
2ième année licence – Informatique
module : Logique Mathématique

# Examen de Rattrapage

*Le : 04/11/2021 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés*

Exercice **1** : (***3 pts***)

1) Montrer que la formule $(\alpha \wedge \beta) \to \gamma$ est logiquement équivalente à la formule $\alpha \to (\beta \to \gamma)$, où $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ sont des formules propositionnelles quelconques. ***(1,5 pts)***

2) On considère la formule $E = ((A \wedge B \wedge C) \to (A \leftrightarrow (\neg B \vee C)))$, dans laquelle A, B et C sont des variables propositionnelles. Déterminer une formule logiquement équivalente à E, écrite sans autre symbole de connecteur que $\to$ et $\leftrightarrow$. ***(1,5 pts)***

Exercice **2** : (***7 pts***)

Étant donné le texte suivant, pouvez vous prouver que la licorne est mythique ? Qu'elle est magique ? Qu'elle a une corne ? Le texte : *Si la licorne est mythique alors elle est immortelle ; si elle n'est pas mythique c'est un mammifère mortel. Si la licorne est soit immortelle soit un mammifère, alors elle a une corne. Si la licorne a une corne alors elle est magique.*

On attribue les variables propositionnelles suivantes :

- M : la licorne est un animal mythique.
- I : la licorne est un animal immortel.
- A : la licorne est un mammifère.
- C : la licorne a une corne.
- G : la licorne est un animal magique.

On rappelle que « soit … soit … » correspond au "ou exclusif", qui s'interprète comme la négation d'une équivalence.

1) Formaliser l'énoncé en une formule du calcul propositionnel appelée E. ***(2 pts)***
2) Mettre E sous forme d'une formule en forme normale conjonctive. ***(2 pts)***
3) Pouvez vous répondre aux questions posées ? Justifiez vos réponses. ***(3 pts)***

Exercice **3** : (***6 pts***)

Soit le système d'axiomes de Hilbert-Ackerman (H.A) défini en utilisant le système complet de connecteurs $\{\neg, \vee\}$. La notation $A \to B$ désigne l'abréviation de $\neg A \vee B$. Les axiomes (de H.A) sont :

$(H.A)_1$ $(x \vee x) \to x$
$(H.A)_2$ $x \to (x \vee y)$
$(H.A)_3$ $(x \vee y) \to (y \vee x)$
$(H.A)_4$ $(x \to y) \to (z \vee x \to z \vee y)$

On dispose aussi des règles de Modus Ponens (MP) et de substitution.

1) Montrer que $\neg x \vee x$ est un théorème du calcul propositionnel formel basé sur (H.A) : $CPF_{H.A}$. ***(1,5 pts)***
2) Montrer : $A \to (B \to C) \vdash B \to (A \to C)$ dans $CPF_{H.A}$ ***(1,5 pts)***
3) Montrer que $x \vee \neg x$ est un théorème du $CPF_{H.A}$. ***(1 pt)***
4) Même question que 3) pour : $\vdash A \to \neg\neg A$ dans $CPF_{H.A}$. ***(1 pt)***
5) Même question que 3) pour : $\vdash \neg A \to (A \to B)$ dans $CPF_{H.A}$. ***(1 pt)***

Exercice **4** : (***4 pts***)

À l'aide de la résolution propositionnelle, montrer que la formule : $G = (p \to r)$ est une conséquence logique de la formule $F = (((p \wedge q) \to r) \wedge (\neg q \to r) \wedge (\neg p \to \neg r))$.

**Bon courage !**