



## Examen de Rattrapage

Le : 23/12/2020 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

### Exercice 1 : (8 pts)

On considère les syllogismes suivants :

- |   |   |
|---|---|
| a. Djamel est avocat ou ingénieur,<br>Or Djamel n'est pas avocat,<br>Donc Djamel est ingénieur. | b. Djamel est avocat ou ingénieur,<br>Or Djamel n'est pas ingénieur,<br>Donc Djamel est avocat. |
| c. Djamel est avocat ou ingénieur,<br>Or Djamel est avocat,<br>Donc Djamel n'est pas ingénieur. | d. Djamel est avocat ou ingénieur,<br>Or Djamel est ingénieur,<br>Donc Djamel n'est pas avocat. |

- 1) À l'aide des variables propositionnelles  $p$  et  $q$  représentant respectivement les propositions « Djamel est avocat » et « Djamel est ingénieur », représenter chacun des syllogismes a, b, c et d par des formules de la logique propositionnelle (N.B.: le "ou" est inclusif. Le "Or" a le même sens que "Et"). (4 pts)
- 2) Lesquels, parmi les syllogismes a, b, c et d, sont corrects et lesquels sont incorrects ? Justifier. (4 pts)

### Exercice 2 : (5 pts)

Soit le système d'axiomes de Hilbert-Ackerman (H.A) défini en utilisant le système complet de connecteurs  $\{\neg, \vee\}$ . La notation  $A \rightarrow B$  désigne l'abréviation de  $\neg A \vee B$ . Les axiomes (de H.A) sont :

- (H.A)<sub>1</sub>  $(x \vee x) \rightarrow x$   
(H.A)<sub>2</sub>  $x \rightarrow x \vee y$   
(H.A)<sub>3</sub>  $x \vee y \rightarrow y \vee x$   
(H.A)<sub>4</sub>  $(x \rightarrow y) \rightarrow (z \vee x \rightarrow z \vee y)$

On dispose aussi des règles de Modus Ponens ( $x, x \rightarrow y \vdash y$ ) et de substitution.

- 1) Montrer que  $\neg x \vee x$  est un théorème du calcul propositionnel formel basé sur (H.A) : CPF<sub>H.A.</sub> (1 pt)
- 2) Montrer :  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$  dans CPF<sub>H.A.</sub> (1 pt)
- 3) Montrer que  $x \vee \neg x$  est un théorème du CPF<sub>H.A.</sub> (1 pt)
- 4) Même question que 3) pour :  $\vdash A \rightarrow \neg\neg A$  dans CPF<sub>H.A.</sub> (1 pt)
- 5) Même question que 3) pour :  $\vdash \neg\neg A \rightarrow A$  dans CPF<sub>H.A.</sub> (1 pt)

### Exercice 3 : (5 pts)

À l'aide de la résolution propositionnelle, montrer que la formule :

$F = ((A \rightarrow (B \vee D)) \wedge (E \vee \neg(C \rightarrow (B \vee D)))) \wedge (C \rightarrow A) \rightarrow E$  est une tautologie.

### Exercice 4 : (2 pts)

Soit  $P$  un prédicat unaire. Traduire : « Pour toutes variables  $x, y$  et  $z$ , si  $P$  est vrai pour au moins deux variables parmi  $x, y, z$  alors  $P$  est vrai pour au moins une variable parmi  $x, y, z$ . » en formule du CP1.

**Bon courage !**