



## **Examen de Rattrapage**

Le : 12/04/2018 – Durée 1h 30mn

### **Exercice 1 :** (8 pts)

Soient les variables propositionnelles  $p$ ,  $q$ ,  $r$  et  $s$  désignant respectivement les phrases :

$p$  : « je pars » ;  $q$  : « tu restes » ;  $r$  : « il n'y a personne » et  $s$  : « il y a des choses à faire ».

1) Formaliser dans le langage du calcul propositionnel les phrases suivantes :

A : « Si je pars et si tu ne restes pas alors il n'y a personne », (1 pt)

B : « Si je ne pars pas ou si tu restes alors il y a quelqu'un », (1 pt)

C : « S'il y a quelqu'un alors il y a des choses à faire », (1 pt)

D : « S'il n'y a rien à faire alors je pars et tu ne restes pas ». (1 pt)

2) A et B sont-elles équivalentes ? (2 pts)

3) Par la méthode de calcul algébrique, montrer que :  $B, C \models D$ . (2 pts)

### **Exercice 2 :** (6 pts)

1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F1 suivante est un théorème : (2 pts)

$$F1 \equiv ((\neg A \rightarrow \neg A) \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg A)).$$

2) Soit CPF' le calcul propositionnel formel obtenu à partir de CPF en remplaçant l'axiome Ax3 par

$$\text{l'axiome : } (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B) \quad (\text{Ax3'})$$

Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F2 est un théorème dans CPF' : (2 pts)

$$F2 \equiv \neg A \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (\text{on pourra utiliser les règles de l'exercice 10 de la série 2 sans avoir à les redémontrer}).$$

3) Soit CPF'' l'extension de CPF obtenue en ajoutant la formule :

$$(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B) \quad (\text{Ax4})$$

comme quatrième axiome.

Montrer que CPF'' est inconsistent. (2 pts)

### **Exercice 3 :** (4 pts)

Montrer, à l'aide de la résolution propositionnelle, que la formule  $G = p \rightarrow (q \rightarrow s)$  est une conséquence logique de la formule  $F = (\neg p \wedge (r \rightarrow s)) \vee ((q \rightarrow r) \wedge (\neg s \rightarrow \neg r))$ .

### **Exercice 4 :** (2 pts)

Traduire la phrase suivante en formule du calcul des prédicats : « un entier  $x$  est premier si et seulement si il n'a de diviseurs que 1 et lui-même » (cas particulier : 0 et 1 ne sont pas premiers).

On pourra utiliser les prédicats :  $P(x)$  :  $x$  premier ;  $E(x)$  :  $x$  entier ;  $M(x,y)$  :  $x$  est multiple de  $y$ .

**Bon courage !**