ections : Isil et Lic Acad(Dept Informatique FEI).

Examen d'Analyse Numérique le 08/01/2015

xercice 1 Soit la fonction définie par $f(x) = x^2 - \frac{1}{4}e^{-2x}$.

1) Quel est le nombre de racines de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[0,1]$?
2) Résoudre $f(x) = 0$ par la méthode du point fixe.
3) Déterminer le rang N à partir duquel l'erreur est inférieure à 10^{-4} $(x_0 = \frac{1}{2})$.

ercice2 A)

1) Montrer que si A est une matrice symétrique définie positive alors A est inversible.
2) Monter que si A admet une factorisation de Cholesky alors A est symétrique définie positive.
3) Montrer que si A admet une décomposition de Cholesky alors A admet une factorisation LDL^t, où L est une matrice triangulaire inférieure qui a des 1 sur la diagonale et D une matrice diagonale avec $d_{ii} > 0$.

B) On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} \varepsilon & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; $\varepsilon \in R$

1) Déterminer pour quelles valeurs du paramètre ε la matrice A est symétrique définie positive.
2) Pour $\varepsilon \geq 0$, on veut résoudre le système $Ax = b$ par une méthode directe, quelle méthode envisageriez-vous dans ce cas ? justifiez votre réponse.
3) Pour $\varepsilon = 2$,
   a) Calculer la décomposition de Cholesky de la matrice A .
   b) Résoudre le système $Ax = (1,1,1)^t$ par la méthode de Cholesky.

ercice 3

cherche à résoudre le système linéaire de n équations à n inconnues s'écrivant : $Ax = b$ où A

une matrice inversible de la forme $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & 1 & 2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1) Ecrire la matrice d'itération de Jacobi J_A associée au système $Ax = b$.
2) Montrer que le rayon spectral de J_A $\rho(J_A) \leq 1$.
3) Montrer que $J_A Y = Y \Leftrightarrow AY = 0$, en déduire que la méthode de Jacobi associée à ce système converge.