USTHB
F.E.I./ Dépt Info

31 Mai 2016

Epreuve de T.G ISIL L2 : A

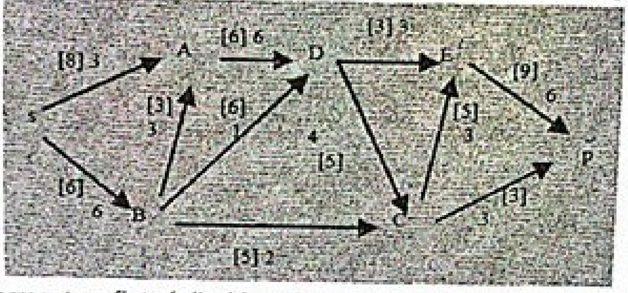
EXO 1 : Tout graphe contenant un triangle (K_3) ne peut pas être coloré (sommets) en moins de trois couleurs.

a. Construire un graphe sans K_3 qui nécessite également trois couleurs.

b. Comment à partir du graphe précédent, construire un graphe sans K_4 nécessitant 4 couleurs

c. Un graphe sans K_5 nécessitant 5 couleurs ?

EXO 2 : : Nous considérons le réseau donné dans la figure ci-dessous, où l'on cherche à déterminer un flot maximal de la source **s** au puits **p**. La capacité de chaque arc est inscrite entre crochets, à côté figure le flux.



1) Vérifier que les flux donnés forment un flot réalisable. Déterminer la valeur de ce flot .Est-il complet?

2) le flot donné est-il optimal ? Si non, déterminer la valeur d'un flot maximal.

3) Trouver une coupe minimale correspondante

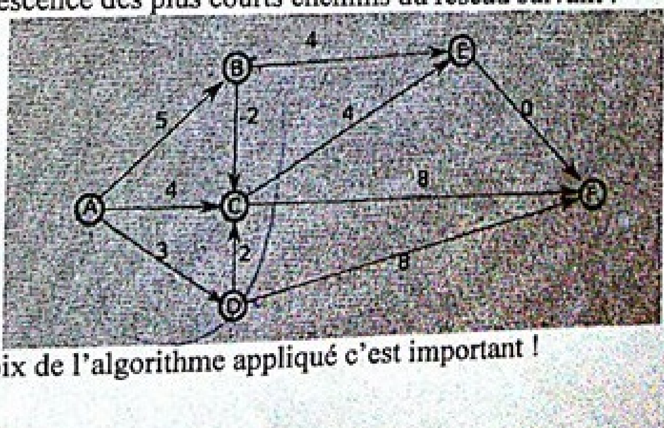
EXO 3 : Un projet requiert la réalisation de 9 activités : A1, A2, · · · , A9. Le tableau suivant donne pour chaque activité, le temps (en jours) requis et les activités pré-requises.

Code	Temps requis	Activités pré-requises
A1	3	Aucune
A2	6	Aucune
A3	5	Aucune
A4	6	A6
A5	4	A2, A3
A6	8	A1, A2
A7	2	A3, A4
A8	5	A1, A2
A9	10	A5, A8

1. Donnez la représentation du problème en un graphe selon la méthode M.P.M .
2. Déterminer le chemin critique et le nombre minimal de jours nécessaires pour l'accomplissement du projet.

3-Indiquer sur le graphe obtenu les dates au plus tôt et les dates au plus tard des activites Ai.

EXO 4 : Trouver l'arborescence des plus courts chemins du réseau suivant :



Justifier le choix de l'algorithme appliqué c'est important !

Bon Courage

Examen TG — Mai 2016

Exo 1 : a) C_5 est graphe necessitant 3 couleurs

G  $\gamma(G)=3$ cycle d'ordre impaire

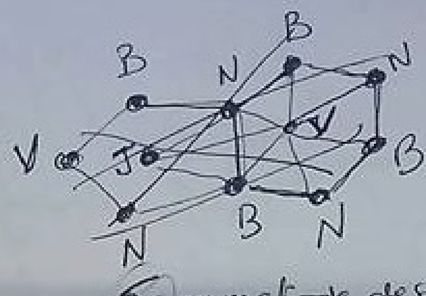
b)

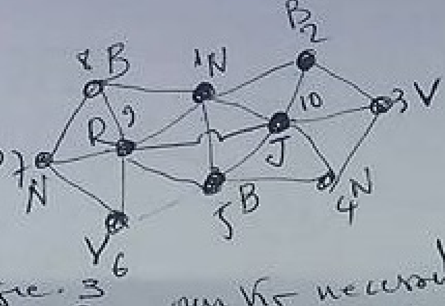
Graphe sans K_4 et necessite 4 couleur

C_5 necessite 3 couleurs plus un sommet relie a tous les 5 autres sommets

$\gamma(G)=4$

c)





6 sommets de degre 3
2 sommet de degre 6
2 sommet de degres 5

un K_5 necessite 5 sommets de degres 4 donc ne possede pas K_5 et necessite 5 couleurs $\gamma(G)=5$

Exo 2

① • le flot est realisable $\forall u \; 0 \le f(u) \le C_u$

la loi de conservation des flux au niveau de chaque sommet.

• sa valeur est de 9

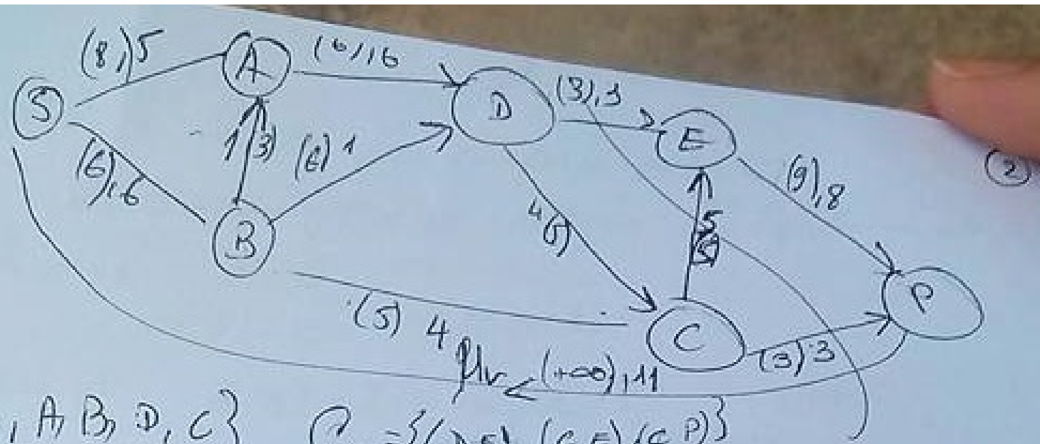
• ce flot est un flot complet tous les chemins de S à P contiennent au moins un arc saturé.

② il existe une chaine augmentante

$S \xrightarrow{8,3} A \xleftarrow{3,2} B \xrightarrow{5,2} C \xrightarrow{5,3} E \xrightarrow{9,6} P$

Min = 2 $\Rightarrow f(u_r) = 11$

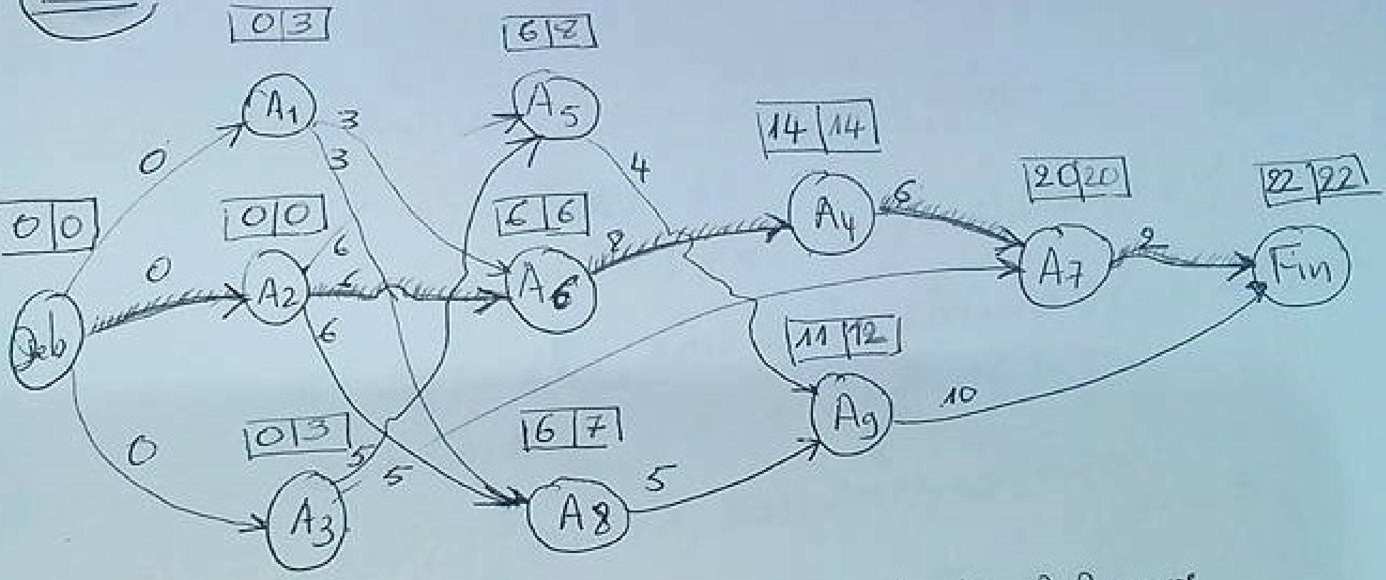
le flot $f(u_r)=11$ est maximal car en utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson on ne peut plus marqué P à partir de S



$A = \{S, A, B, D, C\}$ $\quad C_A = \{(D,E)\ (C,E)\ (C,P)\}$

$V_{C_A} = 3 + 5 + 3 = 11 = f(u_r)$.

Ex 3



* La Valeur du chemin Critique est de 22 jours
* les tâches critiques sont A_2, A_6, A_4 A_7
* le chemin critique est en rouge.

Ex 4 : On appliquera l'Algorithme de Bellman car le reseau est sans ~~cycle~~ circuit

Exo 4 : Le Reseau ne comporte pas de circuit On va applique l'algorithme de Bellman. $A = \emptyset$

$d(A) = 0 \qquad \pi(A) = 0$

Soit $\underline{B}$. $\pi(B) = \pi(A) + d(A,B) = 5 \qquad \pi(B) = 5$

$S = \{A, B\} \neq X \quad A = \{(A,B)\}$

$\underline{D}$ $\quad \pi(D) = \pi(A) + d(A,D) = 3 . \qquad \pi(D) = 3$

$S = \{A, B, D\} \neq X, \quad A = \{(A,B), (A,D)\}$

$\underline{C}$

$\pi(C) = Min(\overset{0}{\pi(A)} + \overset{4}{d(A,C)}, \overset{5}{\pi(B)} + \overset{-2}{d(B,C)}, \overset{3}{\pi(D)} + \overset{2}{d(D,C)}\} = 3$

$\pi(C) = 3$

$S = \{A, B, D, C\} \neq X \quad A = \{(A,B), (A,D), (B,C)\}$

$\underline{E}$ $\quad \pi(E) = Min\{\overset{5}{\pi(B)} + \overset{4}{d(B,E)}, \overset{3}{\pi(C)} + \overset{4}{d(C,E)}\} = 7 \quad \pi(E) = 7$

$A = A \cup \{(C,E)\}$

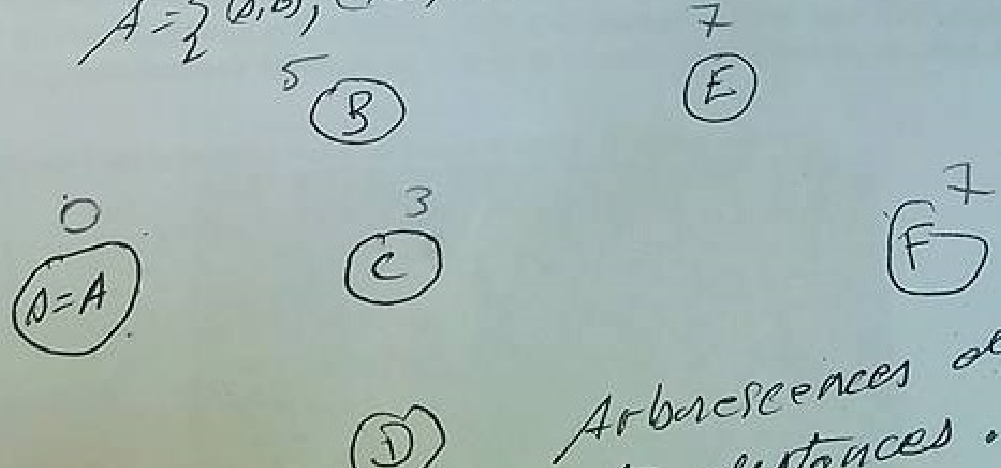
$S = \{A, B, D, C, E\} \neq X$

$\underline{F}$ $\quad \pi(F) = Min\{\overset{3}{\pi(C)} \overset{+}{} \overset{8}{d(C,F)}, \overset{3}{\pi(D)} \overset{+}{} \overset{8}{d(D,F)}, \overset{7}{\pi(E)} \overset{+}{} \overset{0}{d(E,F)}\} = 7$

$\pi(F) = 7.$

$S = \{A, B, D, C, E, F\} = X$ Terminer

$A = \{(A,B), (A,D), (B,C)\ (C,E), (E,F)\}$



Arborescences des plus courte distances.

3

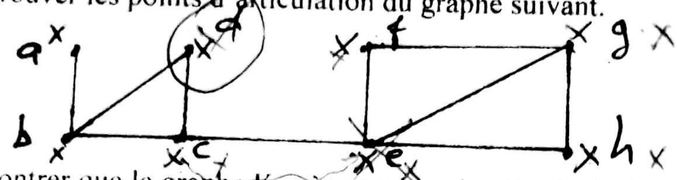
L2.ISILB
le : 31/05/2016

Dépt.Inf/FEI/USTHB

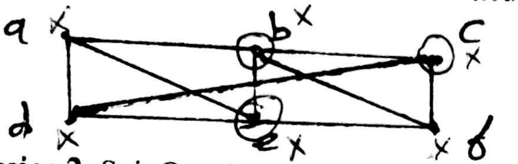
EMD. Théorie des graphes (Durée 1h30 min)

Exercice 1. Soit G = (X,E) un graphe simple. Le sommet x est un point d'articulation de G, si G\{x} contient plus de composantes connexes que G.

- Trouver les points d'articulation du graphe suivant.

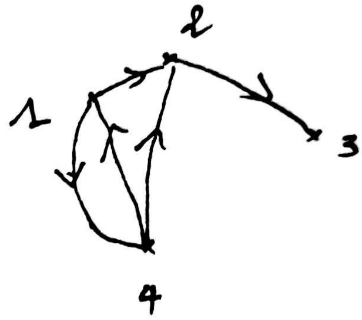


- Montrer que le graphe K_n n'a pas de point d'articulation. Nous supposons que le graphe G est connexe. Un sous-ensemble X' de X est un ensemble d'articulation si le graphe G'=(X',E') tel que E'=E-{toutes les arêtes incidentes à X'} n'est plus connexe.
- Montrer que {b,c,e} est un ensemble d'articulation du graphe suivant



Exercice 2. Soit G = (X,U) un graphe orienté avec X = {1,2,...,n}. On considère la matrice M = ($m_{i,j}$) définie par

$m_{i,j}$ =(1 si i → j , 0 sinon) On considère l'algorithme suivant



pour i = 1 à n **faire**
    mi,i = 1
    pour j = 1 à n faire
        pour k = 1 à n faire
            mj,k = max{mj,k,mj,i *mi,k}
        fin
    fin
fin

- Appliquer l'algorithme au graphe ci-dessus.
- Peut-on trouver les composantes fortement connexes avec cet algorithme ? Expliquer.

Exercice 3. Déterminer dans le graphe suivant la plus courte chaine reliant les sommets 1 et 3 et passant par le sommet 7.

Exercice 4. Déterminer les dates de début au plus tôt, les dates de début au plus tard et les marges des tâches (donner les résultats dans un tableau 4*12) ainsi que le chemin critique.

Tâche	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Durée	5	4	2	2	3	5	3	3	4	10	5
Préd	-	1	2	3	4	3	2	7	6,8	5,9	10
Succ	2	3,7	4,6	5	10	9	8	9	10	11	-

USTHB / FEI :Dept INFO **JUIN 2016**

EXAMEN THEORIE DES GRAPHES **ISIL :A L2**

***EXO 1* :** Décoder **S= [1224**] selon PRUFER et dessiner l'arbre lui correspondant **.**

EXO 2* :Dans un atelier possedant 5 machines numérotées de 1 à 5, on doit effectuer 5 tâches numérotées de 1*

_ la première tâche nécessite l'utilisation des machines 1, 3 et 5 ;

_ la deuxième tâche nécessite l'utilisation des machines 1 et 2 ;

_ la troisième tâche nécessite l'utilisation des machines 2, 3 et 5 ;

_ la quatrième tâche nécessite l'utilisation des machines 2 et 4 ;

_ la cinquième tâche ne nécessite que l'utilisation de la machine 5.

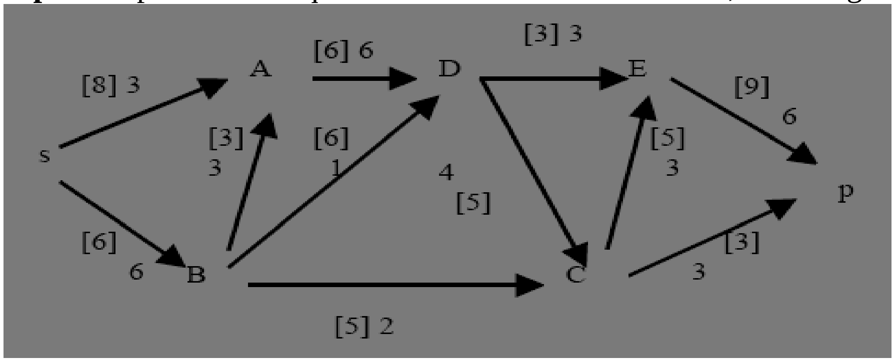
Chaque tâche requiert le même temps d'exécution d'une heure. Une même machine ne peut être utilisée que pou une seule tâche à la fois.

1.) Représenter la situation par un graphe ayant pour sommets les cinq tâches et en reliant les tâches ne pouvant être exécutées en même temps.

2.) Déterminer un encadrement du nombre chromatique et colorier le graphe.

3.) Proposer une organisation du travail qui permet de minimiser le temps total nécessaire à l'exécution des cinq tâches.

EXO 3 Nous considérons le réseau de transport donné dans la figure ci-dessous, où l'on cherche à déterminer un flot maximal de la source **s** au puits **p**. La capacité de chaque arc est inscrite entre crochets, à côté figure le flux.



1) Vérifier que les flux donnés forment un flot réalisable. Déterminer la valeur de ce flot.
2) Le flot donné est-il optimal ? Si non, déterminer la valeur d'un flot maximal.
3) Trouver la coupe minimale correspondante.

EXO 4 : Un étudiant de License a pu planifier son projet de rédaction du travail de fin de cycle en 9 tâches élémentaires reprises dans le tableau suivant :

Tâches		Durée en semaines	Antériorité
A	Recherche du Directeur	4	-
B	Proposition du thème et rédaction de l'Introduction	6	A
C	Revue de la littérature	4	-
D	Recherche des moyens financiers	12	-
E	Rédaction du 1er et 2ème chapitre	10	B, C, D
F	Correction du Directeur	24	B, C
G	Réception des ouvrages spécifiques auprès du Directeur	7	A
H	Elaboration du 3ème chapitre et de la conclusion	10	E, G
I	Dernière correction et avis du Directeur	3	F, H

1) -Tracer le graphe MPM, déterminez le chemin critique.

2)- Si l'année académique démarre le 7 Septembre 2014, a quelle date cet étudiant peut espérer commencer la saisie de son travail, toute chose égale par ailleurs ?

3)- Quelles sont les tâches que cet étudiant devra gérer avec prudence pour ne pas dépasser la date de fin de travail ?

BON COURAGE