Université Djilali Bounaâma	**Faculté des sciences et de la technolog**
Département : Mathématiques et Informatique	**Niveau :** L2 Mathématique.

Rattrapage de la matière Analyse 4

Exercise 1

1) Soit $D = \left\{(x,y) \in [0,1]^2,\ x \leq 1 - y^2\right\}$ et soit .

$$A = \iint_D \exp\left(\frac{(x^3+y^3)}{xy}\right) dxdy$$

(a) Tracer (D).
(b) Montrer que si $(x,y) \in D$ alors $x \in [0,2]$ et $y \in [0,2]$.
(c) Pour $0 \leq x \leq 2$ fixé, étudier la fonction $y \longmapsto \frac{(x^3+y^3)}{xy}$ quand $(x,y) \in D$. En déduire que pour $(x,y) \in D$, $0 \leq \frac{(x^3+y^3)}{xy} \leq 4$. En déduire que A existe.
(d) Calculer A.

Exercise 2

Soient α, $\beta > 0$. Déterminer, suivant les valeurs de α et β, si la fonction

$$f(x,y) = \frac{x^\alpha y^\beta}{x^2+y^2}$$

admet une limite en $(0,0)$.

Exercise 3

Soit les fonctions $f(x,y) = y^2 - x^2y + x^2$ et $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x^2 - 1 \leq y \leq 1 - x^2\}$
1. Représenter l'ensemble S.
2.Justifier que f admet un minimum et un maximum sur S.
3. Déterminer les les points critiques de f.
4. Déterminer le mimimum et le maximum de f sur Γ, (Γ le bord de S).
5. En déduire le mimimum et le maximum de f sur S.

Bon courage