

**Examen de rattrapage de semestre I**  
**(01 heure 30 minutes)**

**Exercice 01: (05 points)**

Soit l'équation  $f(x) = x^4 - 6x - 7 = 0$

- 1)- Trouver le nombre d'itérations si la précision demandée est  $\epsilon = 0.005$  sur l'intervalle  $[-1.5, 0]$ .
- 2)- Trouver la racine négative par la méthode de DICHOTOMIE sur l'intervalle  $[-1.5, 0]$ .

**Exercice 02: (07 points)**

Le problème "résoudre l'équation  $2x^2 - x - 6 = 0$ " peut être formulé des différentes façons pour son traitement par la méthode des approximations successives. L'équation peut s'écrire entre autres:

a)  $x = 2x^2 - 6$

b)  $x = \pm \sqrt{\frac{x+6}{2}}$

c)  $x = \frac{3}{x} + \frac{1}{2}$

d)  $x = x - \frac{2x^2 - x - 6}{3}$

- 1- Lesquelles de ces expressions conduisent-elles, à coup sûr, à une convergence par la méthode des approximations successives pour la racine  $x = 2$  et pour la racine  $x = -1.5$ ?
- 2- Vérifier vos conclusions en faisant quelques itérations pour chacune des formules et chacune des deux racines en partant de  $x = 1.7$  et  $x = -1.4$ , respectivement.

**Exercice 03: (08 points)**

- 1)- Donner le polynôme d'interpolation de Lagrange en points  $-1, 0, 1, 2$  de la fonction  $f(x) = \cos(\pi x - \pi)$ .
- 2)- Montrer que les polynômes de Lagrange satisfont aux  $(n+1)$  équations suivantes:  
$$\sum_{j=0}^n x_j^k L_j(x) = x^k \quad k = 0, \dots, n$$
 où les  $x_j, j = 0, \dots, n$  sont  $(n+1)$  valeurs données.
- 3)- En notant par  $\pi(x) = \prod_{j=0}^n (x - x_j)$ , montrer que les coefficients de Lagrange sont donnés

par: 
$$L_j(x) = \frac{\pi(x)}{(x - x_j)\pi'(x_j)}$$