Licence L2-option de géométrie	Université de Khemis miliana

16 juin 2015

Examen final

Durée : $\mathbf{1^h ; 30mn}$–tout appariel électronique interdit
La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation

Questions de cours:
1. Dans un espace affine ξ dirigé par l'espace vectoriel E et pour F sous- espace vectoriel de E, comment sont définis les sous-espace affines $\mathcal{F}$ de direction F?
2. L'intersection de deux sous-espace affines est-elle toujours un sous-espace affine? Dans la négative donner un contre-exemple.
3. Soit ξ un espace affine dirigé par E. Que peut-on dire de l'intersection de deux sous-espaces affines dont la somme des directions est l'espace E tout entier?
4. Une origine O étant fixée dans l'espace affine ξ dirigé par E, comment peut-on définir l'application linéaire $\overrightarrow{f}$ associe à une application affine $f : \xi \longrightarrow \xi$.
5. Qu'est -ce qu'un repère affine dans un plan affine?
6. Soient A , B deux points distincts de $\mathbb{R}^3$ et α, β deux réels de somme non nulle et G le barycentre du système (A, α) , (B, β) .Parmi les conditions ci-dessous, lesquelles garantissent que G appartient au segment $[AB]$:
a) $\alpha + \beta > 0$ b) $\alpha\beta > 0$ c) $\alpha < 0$ et $\beta < 0$ d) $\alpha + \beta = 0$ e) $\alpha > 0$.

Exercices Tout affirmation doit maintenant être soigneusement justifiée.
Soit $\overrightarrow{v} = (1, 0, 1)$ et $\overrightarrow{u} = (1, 1, 1)$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^3$
7. Quelle est la dimension du plus petit sous-espace affine qui contient $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{u}$?
8. Montrer que le plus petit sous sous -espace vectoriel qui contient $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{u}$ est un plan F.
9. Trouver une forme linéaire f telle que $\ker f = F$.
10. Donner une equation cartésienne du sous-espace affine P qui passe par $A = (0, 2, 1)$ et dirigé par F.
11. On considère le plan affine de $\mathbb{R}^3$ défini dans le repère canonique par $P' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - 2z = 1\}$
a) Montrer que les plans P et P' sont parallèles.
b) Montrer que P' est l'image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}_0 = \overrightarrow{AB}$ où $B = \left(1, -1, \frac{1}{2}\right)$.
c) Montrer que pour tout vecteur $\overrightarrow{w} \in \mathbb{R}^3$ on a $t_{\overrightarrow{u}_0 + \overrightarrow{w}}(P) = P' \Leftrightarrow t_{\overrightarrow{w}}(P') = P'$. Quels sont les $\overrightarrow{w} \in \mathbb{R}^3$ vérifiant $t_{\overrightarrow{w}}(P') = P'$?

Dans $\mathbb{R}^2$,On considère le point $A = (2, 1)$ et les deux ensembles $\delta = \{(t, t+1),\ t \in \mathbb{R}\}$, $d = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y + 1 = 0\}$
12. Donner un point , un vecteur directeur et une equation cartésienne de δ.
13. Montrer que d et un sous-espace affine de dimension 1.Donner $d \cap \delta$.
14. Soient B un point de $\mathbb{R}^2$ et h l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{1}{2}$. Donner l'ensemble des points B tel que $h(d) = \delta$.

BON COURAGE