

**Examen de Module :  
Logique mathématique**

**Questions de cour (5 pts):**

1. Dans le langage propositionnel quels sont les formes d'une proposition ?
2. Quelle est la définition d'une formule atomique ?
3. les énoncé déclaratifs est -il décidable ? Justifier.
4. Indiquez les occurrences libres et liées de la variable x dans la formule suivante :  
$$\forall x p(x, y) \rightarrow \exists y Q(x) \vee p(x, z)$$

**Exercice N 1 (6pts) :** Soit le raisonnement suivant :

$\alpha_1$  : Quand il fait soleil, je mets mes lunettes.

$\alpha_2$  : Je ne reste à la maison que sans lunettes et par temps gris.

$\alpha_3$  : Si je ne mets pas mes lunettes, c'est qu'il fait gris.

1) Formaliser ce raisonnement dans le Langage des Propositions en utilisant les variables suivantes :

S: il fait soleil, J : je mets mes lunettes, M: je reste à la maison. F : il fait gris

2) Donner la table de vérité de ce raisonnement ( $\alpha_1$ ;  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ )

3) Est-ce que la formule suivante est valide  $\alpha_2 \models \alpha_1$

**Exercice N 2 (9pts) :**

Voici les énoncés suivants :

P<sub>1</sub> .Si la caravane passe, alors les chiens aboient.

P<sub>2</sub>. La caravane ne passe pas ou les chiens aboient.

P<sub>3</sub>. Les chiens n'aboient pas et la caravane ne passe pas.

Traduire les phrases ci-dessous dans le langage des propositions.

1. Donner la table de vérité de P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>
2. Donner la forme normale disjonctive (FND) en la forme normale conjonctive (FNC) de la formule  $\{P_1 \wedge P_2 \wedge P_3\}$
3. Est-ce que l'ensemble  $\{P_1, P_2, P_3\}$  est satisfiable ? Justifier ?
4. Est-ce que la formule  $(P_1 \rightarrow P_2)$  est tautologie. ( $\models P_1 \rightarrow P_2$ )
5. Montrer la déduction suivante :

$$\vdash P_1 \rightarrow (P_1 \vee P_2)$$

**Bonne chance et Bon Courage**