UNIVERSITE DE HKEMIS MILIANA

FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

Département : Mathématiques et Informatique — *Horaire* : $15h00/16h30$

2ème année (Maths), 2014/2015. — *Responsable : Mr. SAID*

Durée de l'examen : 1.5 heure — *Date* : 17/01/2015

Examen d'Analyse 3

REMARQUE :**Les points ne seront attribués que si les différentes étapes de la démonstration sont correctement et clairement justifiées.**

(3pts) ◄ *EXERCICE 1* : Etudier la nature et calculer la somme dans le cas de convergence de la série numérique suivante : $\sum\limits_{n\succeq 1}\frac{1}{n(n+1)}$.

(4pts) ◄ *EXERCICE 2* : On suppose que $\sum\limits_{k\succeq 1} u_n$ est une série convergente à termes strictements positifs .

Qelle est la nature des séries suitantes : $\sum\limits_{n\succeq 1}(\frac{1}{u_n}-n)$, $\sum\limits_{n\succeq 1}(\frac{1}{u_n}-n^2)$.

(7pts) ◄ *EXERCICE 3* : On considère la série entière suivante : $\sum\limits_{n\succeq 1}\frac{1}{1+2+3+....+n}\quad x^n$.

1)Calculer son rayon et son domaine de convergence .

2)Calculer sa somme."on rappelle que $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{n}=-\ln(1-x)\forall x\in]-1,1[$".

3) Montrer que la série $\sum\limits_{n\succeq 1}\frac{(-1)^n}{n(n+1)}$est convergente et donner sa somme.

(6pts) ◄ *EXERCICE 4* :Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$; 2-périodique définie sur l'intervalle $[-1,1]$par :

$$f(x)=\begin{cases} 0 & si \quad x=0 \\ 1-x & si \quad 0\prec x\preceq 1 \\ -1-x & si \quad -1\preceq x\prec 0 \end{cases} \qquad (1)$$

1)Traccer le graphe de f et vérifier que f est impaire.

2)Déterminer le développement en série de Fourier de cette fonction.

"On rappelle que $\int x\sin\alpha x=-\frac{x}{\alpha}\cos\alpha x+\frac{1}{\alpha^2}\sin\alpha x$ où $\alpha\neq 0$"

3)En déduire la somme de la série numérique suivante : $\sum\limits_{n\succeq 1}\frac{\sin n}{n}$

4)Calculer $f(\frac{1}{2})$ et donner la somme de la série numérique : $\sum\limits_{n\succeq 0}\frac{(-1)^n}{(2n+1)}$

"On rappelle que $\sin\frac{n\pi}{2}=0$ si $n=2k$ et $\sin\frac{n\pi}{2}=(-1)^k$ si $n=2k+1$"

BON COURAGE