



Examen de rattrapage

le 21/06/2023 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE 1 : (5 pts)

I) Trouver le langage engendré par la grammaire G_1 suivante : $G_1 = (\{0, 1\}, \{S, A, B\}, S, P_1)$ (1,5 pts)

où $P_1 : S \rightarrow 0S1 \mid A \mid B$

$A \rightarrow 0A \mid 0$

$B \rightarrow 1B \mid 1$

II) Soit la grammaire G_2 suivante : $G_2 = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P_2)$

où $P_2 : S \rightarrow aAb \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aBb$

$Ab \rightarrow \varepsilon$

$B \rightarrow aSb$

$Bbb \rightarrow \varepsilon$

II-1) Quel est le type de G_2 ? (0,5 pt)

II-2) Déterminer $L(G_2)$. (1,5 pts)

II-3) Construire une grammaire G'_2 qui soit de type 2 et équivalente à G_2 . (1,5 pts)

EXERCICE 2 : (8 pts)

I) Pour chacun des langages suivants, trouver une grammaire :

I-1) de type 3 pour $L_1 = \{ a^n.(a.b)^k.b^m \mid n \text{ impair, } k \text{ quelconque, } m \text{ pair} \}$; (1,5 pts)

I-2) de type 2 pour $L_2 = \{ a^n.b^{n+(-1)^n} \mid n \geq 0 \}$; (1,5 pts)

I-3) de type 1 pour $L_3 = \{ a^n \mid n \geq 0 \}$ (= $\{ \varepsilon, a, aaaa, a^9, a^{16}, \dots, a^n, \dots \}$). (1,5 pts)

II) À l'aide du lemme de pompage, montrer que le langage L_2 n'est pas régulier. (1,5 pts)

III) Trouver un automate d'états finis partiellement généralisé acceptant le langage L_1 de I-1). (1 pt)

IV) Soit L_4 l'ensemble des mots de L_1 où $k = 0$. Déterminer L_4 , puis à l'aide du théorème de Nerode, montrer que le langage L_4 est régulier. (1 pt)

EXERCICE 3 : (7 pts)

1) Soit $L_1 =$ langage des mots de $\{0, 1\}^*$ commençant par '0' et contenant la sous-chaîne '101'.

Construire un automate simple A_1 pour L_1 . (1,5 pts)

2) Soit $L_2 = \overline{L_1}$. Donner l'expression de L_2 comme l'union de trois langages. (1 pt)

3) Construire un automate partiellement généralisé A_2 qui accepte L_2 . (1,5 pts)

4) Construire un automate simple A_3 équivalent à A_2 . (1,5 pts)

5) Si A_3 n'est pas déterministe, alors construire l'automate déterministe A_4 équivalent à A_3 . (1,5 pts)

Bon courage !