Examen de rattrapage

le 13/12/2020 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE **1** : (***7 pts***)

Soit V un alphabet fini. On désigne par $\mathcal{P}(V^*)$ l'ensemble des parties de V^*.

Pour les questions 1), 2) et 3) on définit la fonction $\mathcal{C} : \mathcal{P}(V^*) \rightarrow \mathcal{P}(V^*)$ comme suit :

pour tout langage L défini sur V, on a : $\mathcal{C}(L) = \{ w \in V^* / \exists u \in L \text{ tel que } w = u.u^R \}$.

1) Dans cette question V = {a}. Soit $L = \{ a^{2.n} / n \geq 0 \}$ et $L_1 = \mathcal{C}(L)$.

   1-1) Caractériser L_1 (i.e donner la propriété vérifiée par les mots de L_1). ***(1 pt)***

   1-2) À l'aide du théorème de Nerode, montrer que L_1 est régulier. ***(1 pt)***

2) Dans cette question V = {0, 1, a, b}. Soit $L = \{ u.a^n.b / u \in \{0, 1\}^*, n \geq 0 \}$ et $L_2 = \mathcal{C}(L)$.

   2-1) Caractériser L_2. ***(1 pt)***

   2-2) À l'aide du théorème de Nerode, montrer que L_2 n'est pas régulier. ***(1 pt)***

3) Déterminer $\overline{L_1}$. ***(1 pt)***

4) Dire, en justifiant, si, *oui* ou *non*, les assertions suivantes sont vraies :

   4-a) Soit L un langage de type 2. Alors le langage L^* peut ne pas être de type 2. ***(1 pt)***

   4-b) Soit L un langage quelconque défini sur un alphabet V contenant au moins deux lettres. Alors : si $L = L^R$ alors il peut exister des éléments de L qui ne sont pas des palindromes. ***(1 pt)***

EXERCICE **2** : (***7 pts***)

I) Trouver :

   I-1) une grammaire de type 3 pour L_1 = langage des mots de $\{a, b\}^*$ contenant la sous-chaîne 'bab' et se terminant par la lettre 'a' ; ***(1,5 pts)***

   I-2) une grammaire de type 2 pour le langage $L_2 = \{ w.a^n.b.b.a^n.w^R / w \in \{0, 1\}^*, n \geq 0 \}$; ***(1,5 pts)***

   I-3) une grammaire de type 1 pour $L_3 = \{ a^n.b^n.c^{2^n} / n \geq 0 \}$. ***(1,5 pts)***

II) Trouver un automate d'états finis généralisé pour le langage L_1 de I-1) de cet exercice. ***(1,5 pts)***

III) Trouver une expression régulière dénotant le langage L_1 de I-1) de cet exercice. ***(1 pt)***

EXERCICE **3** : (***6 pts***)

Soit $L_1 = \{a^{2.i}.b^{3.j}.c^k / i, j, k \geq 0\}$ et $L_2 = \{aac, abc\}$.

1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1. ***(1,5 pts)***
2) Construire un automate d'états finis simple, à quatre états, qui accepte L_2. ***(1,5 pts)***
3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte $L_1 \cup L_2$. ***(1,5 pts)***
4) Rendre l'automate de 3) déterministe, s'il ne l'est pas. ***(1,5 pts)***

Bon courage !