Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2015/2016
$2^{\text{ième}}$ année licence – Informatique
module : Logique Mathématique

Examen de Rattrapage

Le : 21/04/2016 – Durée 1h 30mn

Exercice **1** : (***4 pts***)

1) Dire, en justifiant, si les formules suivantes sont des tautologies ? si elles sont satisfiables ? ***(3 pts)***
   1-a) $(\neg A \lor \neg B) \to (A \land B)$
   1-b) $((A \to B) \land (B \to \neg B)) \to \neg A$
   1-c) $(((A \land B) \to C) \land \neg C) \to (A \to \neg B)$
2) Soit valid un algorithme qui répond vrai pour une formule P si la formule P est une tautologie et faux sinon.
   Peut-on utiliser l'algorithme valid pour tester si une formule du calcul propositionnel est satisfiable ou non ? Si oui dire comment, sinon dire pourquoi. ***(1 pt)***

Exercice **2** : (***5 pts***)

On considère le connecteur binaire | (barre de Sheffer) défini comme : $x \mid y = \neg (x \land y)$

1) Dire si le connecteur | est commutatif ($x \mid y \equiv y \mid x$) ? et s'il est associatif ($(x \mid y) \mid z \equiv x \mid (y \mid z)$) ? ***(1 pt)***
2) Donner les tables de vérité des formules $(x \mid x)$, $((x \mid x) \mid x)$ et $(x \mid y) \mid (x \mid y)$. ***(1 pt)***
3) Montrer que {|} est un système complet de connecteurs. ***(1,5 pts)***
4) Définir par des équations récursives une fonction shef qui étant donnée une formule propositionnelle construite sur les connecteurs habituels, la transforme en une formule qui ne contient que des variables propositionnelles et la barre de Sheffer. ***(1,5 pts)***

Exercice **3** : (***9 pts***)

I) À l'aide de la méthode axiomatique, montrer ce qui suit :
   I-1) $\vdash (\neg A \to (\neg A \to A)) \to A$ ***(2 pts)***
   I-2) $\vdash \neg(A \to \neg B) \to A$ ***(1,5 pts)***
   I-3) $\vdash \neg(\neg(A \to \neg B) \to \neg C) \to A$ ***(1,5 pts)***

II) Soit CPF' le calcul propositionnel formel obtenu à partir de CPF en remplaçant l'axiome Ax3 par l'axiome Ax3' : $(\neg B \to \neg A) \to ((\neg B \to A) \to B)$.
   À l'aide de la méthode axiomatique, montrer, dans CPF', ce qui suit :
   II-1) $\vdash \neg\neg B \to B$ ***(2 pts)***
   II-2) $\vdash (\neg B \to \neg A) \to (A \to B)$ ***(2 pts)***

N.B : Dans I), on peut utiliser les théorèmes et règles vus en cours ou en T.D sans avoir à les redémontrer.
Dans II), il faut redémontrer tout théorème ou règle utilisé(e).

Exercice **4** : (***2 pts***)

À l'aide de la résolution propositionnelle, montrer que la formule A est valide :

$$A = ((p \land q) \land (r \to \neg p)) \to (\neg(\neg p \lor \neg q) \land \neg r)$$ ***(2 pts)***

Bon courage !